

**Ciclos como restricciones especializadas en el modelo de
transporte disyuntivo para el planeamiento en la expansión de
sistemas de transmisión a largo plazo**

Yersain Castaño Arenas
Alejandra Suárez Esquivel

Trabajo de grado presentado como requisito
para optar al título de
Ingeniero Electricista

Director
Ph.D Antonio Hernando Escobar Zuluaga

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Facultad de Ingenierías
Programa de Ingeniería Eléctrica
Pereira, 19 de julio de 2019



Nota de Aceptación

Ph.D Antonio Hernando Escobar Zuluaga. Director

Pereira, 19 de julio de 2019

Ciclos como restricciones especializadas en el modelo de transporte disyuntivo para el planeamiento en la expansión de sistemas de transmisión a largo plazo

©Yersain Castaño Arenas

Alejandra Suárez Esquivel

Pereira, 19 de julio de 2019

Programa de Ingeniería Eléctrica.

Universidad Tecnológica de Pereira

La Julita. Pereira(Colombia)

TEL: (+57)(6)3137122

Dedicatoria

A mis padres por su inmenso amor y apoyo incondicional a lo largo de mi vida, a mi hermano quien amo profundamente y a mi abuela Eleyda por su paciencia e infinito amor.

Alejandra Suarez Esquivel.

Agradecimientos

A Dios por ser mi guía, a mi familia por apoyarme en todo momento, al docente Antonio Hernando Escobar, por su orientación durante todo este tiempo, y por aportarnos sus conocimientos.

Yersain Castaño Arenas.

A Dios por darme fortaleza día a día para seguir adelante y poder culminar esta etapa de mi vida. Al docente Antonio Hernando Escobar, por sus enseñanzas, orientación y acompañamiento para la culminación de este trabajo, además de aportarnos sus conocimientos para nuestro crecimiento académico y personal. A todos los docentes quienes hicieron parte de mi historia y que en determinado momento me transmitieron sus conocimientos y valores. A mi familia por su constante apoyo y motivación, gracias por ser parte de mi vida, por su amor incondicional y por creer en mí.

Alejandra Suarez Esquivel.

Resumen

En el presente trabajo se inicia con una revisión del estado del arte de los modelos matemáticos y las técnicas de solución utilizadas en el problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión, igualmente se implementa una metodología que permite disminuir el tiempo y esfuerzo computacional a través de la creación de ciclos de corta trayectoria que involucran restricciones disyuntivas, las cuales son adicionadas al modelo de transporte disyuntivo mejorado. La solución óptima obtenida al ejecutar este modelo es igual a la del modelo lineal disyuntivo.

En la primera etapa del desarrollo de la investigación se debe conocer los modelos que permiten un mejor planeamiento de la expansión del sistema de transmisión y a su vez la metodología propuesta, la cual es empleada en sistemas eléctricos de prueba. En la red base de estos sistemas se debe identificar los circuitos que están sobrecargados y los nuevos adicionados, al ejecutar el modelo de transporte, con este conjunto de circuitos, se realizan trayectorias cerradas que serán las restricciones disyuntivas del modelo de transporte disyuntivo mejorado.

Tabla de Contenido

1. Introducción	5
1.1. Importancia del planeamiento del sistema de transmisión de energía eléctrica	6
1.2. Importancia del planeamiento del sistema de transmisión considerando restricciones especializadas	7
1.3. Objetivos	8
1.3.1. General	8
1.3.2. Especificos	8
1.4. Estructura del trabajo de grado	9
2. Antecedentes	11
2.1. Modelos para la planificación de la expansión en la transmisión	12
2.1.1. Modelo de transporte	12
2.1.2. Modelo Híbrido Lineal	13
2.1.3. Modelo DC tradicional	14
2.1.4. Modelo lineal disyuntivo	15
2.1.5. Modelo lineal disyuntivo reducido	17
2.1.6. Técnicas de solución para el problema de planeamiento.	18
3. Ciclos como restricciones especializadas en TEP	23
3.1. Modelo transporte disyuntivo	24
3.2. Modelo transporte disyuntivo mejorado	24
3.3. Formulación ciclos	26
3.4. Metodología empleada	28
4. Resultados	29
4.1. Procedimiento de las pruebas realizadas	29

4.1.1. Parte 1	31
4.1.2. Parte 2	32
4.1.3. Parte 3	49
5. Conclusiones	51
A. Anexo: Datos SEP de prueba.	57
*Tabla de Contenido	

Índice de figuras

4.1. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano	30
4.2. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 1.	34
4.3. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 2.	37
4.4. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 3.	39
4.5. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 4.	41
4.6. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 5.	43
4.7. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 6.	45
4.8. Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 7.	47

Índice de cuadros

4.1. Resultado al ejecutar el modelo DC disyuntivo.	31
4.2. Circuitos adicionados.	31
4.3. Inversión y tiempo requerido paso 0.	32
4.4. Circuitos adicionados paso 0.	32
4.5. Circuitos en su máxima capacidad paso 0.	33
4.6. Circuitos en su máxima capacidad paso 1.	35
4.7. Inversión y tiempo requerido paso 1.	35
4.8. Circuitos adicionados paso 1.	36
4.9. Circuitos en su máxima capacidad paso 2.	36
4.10. Inversión y tiempo requerido paso 2.	38
4.11. Circuitos adicionados paso 2.	38
4.12. Circuitos en su máxima capacidad paso 3.	40
4.13. Inversión y tiempo requerido paso 3.	40
4.14. Circuitos adicionados paso 3.	40
4.15. Circuitos en su máxima capacidad paso 4.	42
4.16. Inversión y tiempo requerido paso 4.	42
4.17. Circuitos adicionados paso 4.	42
4.18. Circuitos en su máxima capacidad paso 5.	44
4.19. Inversión y tiempo requerido paso 5.	44
4.20. Circuitos adicionados paso 5.	44
4.21. Circuitos en su máxima capacidad paso 6.	46
4.22. Inversión y tiempo requerido paso 6.	46
4.23. Circuitos adicionados paso 6.	46
4.24. Inversión y tiempo requerido paso 7.	48
4.25. Circuitos adicionados paso 7.	48
4.26. Inversión y tiempo requerido paso 7.	49
4.27. Ciclos redundantes.	49

A.1. Generación y Demanda en MW del SEP Colombiano, Parte 1.	57
A.2. Generación y Demanda en MW del SEP Colombiano, Parte 2.	58
A.3. Datos de los corredores para el SEP Colombiano, parte 1.	59
A.4. Datos de los corredores para el SEP Colombiano, parte 2.	60

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años el sector eléctrico ha presentado diferentes cambios, en su estructura, operación, mercado y expansión, el mundo actual está en constante desarrollo y el abastecimiento de energía eléctrica es mayor, por tal motivo es importante tener un sistema de transmisión eficiente, capaz de atender toda la demanda de una manera confiable y segura, considerando las nuevas industrias y ciudades que estarán en un escenario futuro, de igual manera la incorporación de plantas de generación y nuevo cambios tecnológicos, hacen que el sistema de transmisión sea lo más óptimo posible y pueda cumplir con todos los requerimientos que implica el funcionamiento del sistema eléctrico. Por esta razón es necesario realizar un planeamiento a largo plazo del sistema de transmisión y de generación, los cuales se complementan pero se deben trabajar por separado debido a la complejidad que cada uno representa.

El problema de planeamiento de la expansión de un sistema eléctrico de potencia consiste en determinar la cantidad de circuitos que serán adicionados en la red de transmisión existente, en un escenario a largo plazo, con el fin de disminuir los costos de inversión, operación y mantenimiento, además de reducir las pérdidas de energía, con el fin de abastecer de energía eléctrica a todos los usuarios. Para realizar el planeamiento de la expansión es necesario conocer dónde, cuándo y qué elementos nuevos serán adicionados a la red base, teniendo en cuenta la demanda proyectada, las nuevas plantas generadoras conectadas al sistema y la infraestructura eléctrica actual, y así asegurar un adecuado servicio de energía eléctrica al usuario.[1]

El problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica es un problema no lineal entero-mixto (PNLEM), y adicionalmente puede ser

del tipo NP-completo. Este problema ha mostrado ser un problema multimodal, no convexo, que no logra resolverse exitosamente utilizando técnicas de optimización exactas cuando el sistema es de gran tamaño y tiene una cantidad importante de nodos aislados.[2]

El problema del planeamiento de la expansión ha evolucionado a través de los años y se han propuesto nuevas técnicas y modelo que permiten tener resultados más acertados, y facilitar el transporte de energía, por ejemplo la utilización de algoritmos metaheurístico como herramienta de optimización, programación lineal de enteros mixtos (PLEM) y otras técnicas y modelos entre los cuales se encuentra el propuesto en este documento. Finalmente se implementa un modelo matemático que describe la problemática, el cual se centra en la creación de ciclos, de corta trayectoria que permite que los esfuerzos computacionales se reduzcan y a la vez el tiempo de solución, teniendo en cuenta aspectos de sobrecarga de los circuitos pertenecientes a la red actual y los nuevos adicionados para la formación de estos.

1.1. Importancia del planeamiento del sistema de transmisión de energía eléctrica

Con la llegada de los mercados de energía desregulados y la necesidad de una integración masiva de los recursos de energía renovable, la confiabilidad y la economía de los sistemas de energía se han enfocado en los últimos años. El funcionamiento confiable y eficiente de un sistema de energía depende en gran medida de si la red de transmisión está bien planificada o no. Una red de transmisión planificada de manera adecuada permite que el sistema de potencia funcione eficientemente, evitando mayores pérdidas, costos y sobre todo pueda abastecer al total de la demanda [3].

El sistema de transmisión es la columna vertebral de todo sistema eléctrico de potencia, ya que permite el transporte de energía desde los centros de generación hasta los centros de demanda, la interconexión de zonas de un mismo sistema, con el fin de prestar el servicio a todos los usuarios. Por tal motivo es importante realizar un correcto planeamiento del sistema, teniendo en cuenta todos los requerimientos a largo plazo necesarios para su funcionamiento, de lo contrario se afecta la calidad, la seguridad y surgirán serios impactos económicos y ambientales para la sociedad [4][5].

1.2. IMPORTANCIA DEL PLANEAMIENTO DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN CONSIDERANDO

El planeamiento de un sistema de transmisión debe replantearse periódicamente, debido a los cambios que puede presentar un sistema eléctrico de potencia, ya sea por la entrada de nuevas plantas generadoras, nuevos proyectos de transmisión y crecimiento de la demanda. La principal consecuencia de un planeamiento inadecuado es un sistema ineficiente operando durante muchos años, ya que una vez construida una línea de transmisión o una subestación, su retiro o traslado es inviable tanto económicamente como operativamente [6].

En sistemas de pequeño y mediano tamaño puede encontrarse la solución óptima usando métodos como Branch and Cut o Branch and Price. En sistemas de gran tamaño se requiere más tiempo de cálculo y esfuerzo computacional debido a la complejidad que estos sistemas requieren para su solución, se utilizan técnicas metaheurísticas como Búsqueda Tabú [7] o el algoritmo genético de Chu-Beasley (Flores, Salonga, Nerves, 2011), entre otros, sin embargo estas técnicas no garantizan una solución óptima del problema. El problema de planeamiento está conformado por funciones lineales y no lineales que incluyen variables continuas [8] y variables enteras (número de líneas o transformadores que se deben adicionar a la red). Adicionalmente, en sistemas reales el problema incluye cientos o miles de variables y restricciones, lo que lo clasifica como un problema de alta complejidad matemática.

Por esta razón es importante implementar metodologías que permitan realizar un adecuado planeamiento de sistema de transmisión a largo plazo, para encontrar una solución óptima del problema y se poder cumplir con todos los aspectos operativos y económicos del sistema eléctrico de potencia.

1.2. Importancia del planeamiento del sistema de transmisión considerando restricciones especializadas

Cada vez son más las nuevas técnicas y modelos desarrollados para dar solución al problema del planeamiento de la expansión, con el fin de disminuir el esfuerzo computacional y el tiempo de solución en SEP y en algunos casos para encontrar las soluciones óptimas.

La reducción del esfuerzo computacional puede ser un tema controversial en el área

de investigación, debido a que la mayoría de las empresas requieren una solución óptima inmediata y no están interesados en el tiempo necesario para encontrarla, subestimando la importancia de nuevos métodos, las heurísticas y la relevancia que estas tienen para encontrar mejores soluciones a futuro. Debido al crecimiento económico y de infraestructura del sistema eléctrico de potencia y las nuevas plantas generadoras, la red planificada debe adaptarse a los diferentes cambios que esto conlleva y sobre todo garantizar el abastecimiento de la futura demanda [9].

El problema del planeamiento del sistema de transmisión, puede resultar difícil de solucionar debido al tamaño del sistema a analizar, convirtiéndose en un problema de mayor complejidad, otros factores que influyen en su solución, es el grado de conectividad de los nodos, la estructura radial o enmallada del sistema, y la presencia de la Segunda Ley de Kirchhoff (SLK) como restricción. Al tener circuitos nuevos y existentes conectados formando un bucle, la SLK suele complicar la solución del problema. Esta restricción es importante para obtener una respuesta óptima, pero no todos los modelos tradicionales la aceptan debido a la complejidad que esta representa, por tal motivo es necesario desarrollar nuevas metodologías que permitan incluirla, y por ende pueda disminuir el tiempo y esfuerzo computacional. El conjunto de restricciones originales puede ser reemplazada por restricciones basadas en ciclos para reducir el espacio solución, con estos ciclos se pretende representar la SLK en el modelo de transporte mejorado, y obtener el mismo resultado que al aplicar el modelo lineal disyuntivo al problema de planeamiento de la expansión en sistema con alto grado de dificultad [10].

1.3. Objetivos

1.3.1. General

Comprobar que el modelo transporte mejorado permite resolver el problema de planeamiento de la expansión en el sistema eléctrico de potencia de manera eficiente en cuanto a tiempo y esfuerzo computacional.

1.3.2. Específicos

- Estudio del estado del arte, en la optimización del planeamiento de sistema de transmisión de energía eléctrica a largo plazo.

- Emplear el modelo DC disyuntivo lineal como referencia para la solución del problema de optimización en el planeamiento del sistema de transmisión.
- Identificar la importancia de realizar ciclos con los circuitos en su máxima capacidad, en el modelo de transporte mejorado aplicando restricciones disyuntivas.
- Resolver el problema de optimización con el modelo de transporte mejorado de manera sistemática, empleando para ello lenguaje matemático de programación AMPL en sistemas de prueba robustos.
- Realizar ciclos con los circuitos nuevos adicionados en la red base, en el modelo de transporte mejorado, en sistemas de pruebas, para la solución del problema de optimización en el planeamiento del sistema de transmisión.

1.4. Estructura del trabajo de grado

El trabajo de investigación está organizado de la siguiente manera: En el 1, se presenta una introducción y la importancia de considerar restricciones especializadas para dar solución al problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión a largo plazo. En el 2, se muestran los modelos tradicionales y las técnicas de solución para resolver el problema de planeamiento del sistema de transmisión. En 3 se muestra el tema principal de la investigación, donde se centra en la metodología propuesta, empleando restricciones especializadas en sistemas eléctricos complejos. A su vez se presenta los resultados en 4 obtenidos al aplicar la metodología planteada en un sistema de prueba. En 5 del documento se presentan las conclusiones.

Capítulo 2

Antecedentes

El problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión ha evolucionado en cuanto al modelo matemático que lo describe y las técnicas de solución utilizadas para resolverlo. El modelo DC es considerado el modelo ideal en este tipo de problema, pero es un modelo de difícil solución, debido a que no es lineal. Es así como Garver fue el primero en proponer un modelo sistemático, y la utilización de técnicas de optimización para la adición de circuitos en la red base y obtener la mínima inversión [11]. Más adelante se desarrollaron algoritmos heurísticos constructivos, en base a un indicador de sensibilidad, para identificar los caminos más convenientes para adición de circuitos [12].

El modelo matemático del problema de planeamiento de la expansión puede ser representado por flujo AC, sin embargo es más apropiado trabajar con un modelo relajado que pueda solucionar la problemática y obtener resultados muy acertados como lo es el modelo DC, el cual se puede convertir en un “modelo lineal” a través de ecuaciones disyuntivas incorporando variables binarias y reales, llamado modelo lineal disyuntivo [4].

Un nuevo modelo matemático permite obtener el mismo resultado que al ejecutar el modelo DC, para resolver el problema del planeamiento de la expansión, con esfuerzo computacionales y tiempo de solución menores, a través de restricciones que involucran trayectorias cerradas con los circuitos sobrecargados existentes de la red base y los nuevos a adicionar, utilizando variables binarias y reales [10].

2.1. Modelos para la planificación de la expansión en la transmisión

En [4] los autores hablan sobre los modelos que se presentan a continuación que son fundamentales para el estudio del planeamiento en la transmisión y son muy empleados en la literatura, y pueden ser consultados en el mismo.

2.1.1. Modelo de transporte

La primera propuesta exitosa de modelamiento de sistemas de transmisión fue el modelo de transportes. A través del modelo de transportes se busca una configuración que produzca el menor costo de inversión en el plan de expansión satisfaciendo las condiciones de operación del sistema como la Primera Ley de Kirchhoff y los límites de capacidad de potencia de los circuitos y los generadores. Evidentemente, esta es una representación menos próxima al problema de la vida real ya que no considera la Segunda Ley de Kirchhoff (o restricción de abertura angular) como otros modelos, por ejemplo, el DC, pero permite encontrar configuraciones atractivas. Además, representa el inicio del desarrollo investigativo en el planeamiento de la transmisión.

Actualmente, este modelo y la técnica de solución propuesta por Garver (que aplica de forma iterativa el modelo de transportes) son utilizados tanto en algoritmos principales como en algoritmos de construcción de configuraciones iniciales en el proceso de búsqueda de la solución del problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión.

$$Min = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (2.1)$$

s.a.

$$Sf + g = d \quad \forall_n \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.2)$$

$$f \leq (n_i + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.3)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.5)$$

$$n_{ij}, \text{Entero} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.6)$$

2.1. MODELOS PARA LA PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN LA TRANSMISIÓN 13

En el modelo de transporte, v es la inversión debida a las adiciones de circuitos en el sistema, c_{ij} es el costo de agregar un circuito en la rama $i - j$, n_{ij} es el número de circuitos agregados en la rama $i - j$, f es el vector de flujos cuyos elementos representan el flujo total en el camino $i - j$. S es la matriz de incidencia nodo-rama del sistema eléctrico completo, g es el vector de generaciones nodales, d es el vector de demandas nodales, n_{ij}^0 es el número de circuitos existentes en la rama ij en la base o configuración inicial, \bar{f}_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en la ruta ij . \bar{g} Es el vector de generación nodal máxima, \bar{n}_{ij} es el número máximo de circuitos que se pueden agregar en la rama $i - j$ y Ω representa el conjunto de corredores de transmisión existentes en la red base y los nuevos corredores de transmisión.

2.1.2. Modelo Híbrido Lineal

Una forma alternativa al modelo DC tradicional es el modelo híbrido lineal. Este modelo puede ser más fácil de resolver que el DC tradicional porque presenta una relación lineal entre las variables. En este modelo, las nuevas adiciones (n_{ij}) donde los circuitos ya existen y donde no existen deben satisfacer solo la Primera Ley de Kirchhoff. Los circuitos existentes (n_{ij}^0) deben satisfacer la primera y Segunda Ley de Kirchhoff. Esto equivale a tener dos redes superpuestas en las que la red original existente en la configuración básica debe cumplir con las dos Leyes de Kirchhoff y los circuitos recién agregados solo deben cumplir con la Primera Ley de Kirchhoff. En el modelo híbrido, los flujos de potencia a través de los circuitos en los circuitos de transmisión existentes se representan por separado de los flujos de los circuitos de transmisión candidatos. El flujo de las líneas de transmisión existentes está representado por la variable f_{ij}^0 o y para los circuitos de transmisión candidatos por f_{ij} .

$$\text{Min} = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (2.7)$$

s.a.

$$\sum_{(l,i) \in \Omega} (f_{li}^0 + f_{li}) - \sum_{(i,q) \in \Omega} (f_{iq}^0 + f_{iq}) + g_i = d_i \quad \forall i \in B, \forall ij \in \Omega \quad (2.8)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 = 0 \quad \forall ij \in \Omega \quad (2.9)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij} \leq f_{ij} \leq \bar{f}_{ij} n_{ij} \quad \forall ij \in \Omega \quad (2.10)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \leq f_{ij}^0 \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega \quad (2.11)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.12)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij}, \theta_i, g_i, \text{Irrestringidos} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.13)$$

2.1.3. Modelo DC tradicional

Este modelo, considerado como ideal en planeamiento de sistemas de transmisión, es una generalización del flujo de carga DC. Este modelo ha sido ampliamente usado a través del tiempo para resolver el problema de planeamiento. Se ha combinado con técnicas metaheurísticas como el algoritmo genético y el algoritmo de colonia de hormigas, donde se le propone una opción de solución a ser evaluada en un proceso iterativo; de esta forma, con la propuesta de líneas en el interior del modelo, el modelo en sí mismo se convierte en lineal. Caso contrario, si no se tiene una propuesta de solución, el modelo es no lineal. En este modelo todos los nodos del sistema deben satisfacer la Primera Ley de Kirchhoff y todos los lazos deben satisfacer la Segunda Ley de Kirchhoff.

$$\text{Min} = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (2.14)$$

s.a.

$$Sf + g = d \quad \forall_n \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.15)$$

$$f_{ij} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0) = 0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.16)$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{P}_{ij} x_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.17)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.18)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.19)$$

$$n_{ij}, \text{Enteros} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.20)$$

$$f_{ij}, \theta_n, \text{Irrestringidos} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.21)$$

En el modelo DC tradicional, c_{ij} representa el costo de agregar un circuito en la rama $i - j$, Ω representa el conjunto de corredores de transmisión existentes en la red base y los nuevos corredores de transmisión, Ω_i es el subconjunto de nodos de carga. S es la matriz de incidencia nodo-rama del sistema eléctrico, f es el vector de flujo cuyos elementos representan el flujo total en la trayectoria $i - j$, g es el vector de las generaciones nodales, d es el vector de las demandas nodales. θ es el vector de ángulos nodales, \bar{f}_{ij} es el flujo máximo permitido para un circuito en la ruta $i - j$, g_i es el

vector de generación nodal máximo, n_{ij} es el número de circuitos agregados en la rama $i - j$, \bar{n}_{ij} es el máximo número de circuitos que se pueden agregar en la rama $i - j$, y n_{ij}^o es el número de circuitos existentes en la rama $i - j$ en la configuración básica o inicial. Las dos primeras restricciones del modelo representan la Primera y la Segunda Ley de Kirchhoff, el conjunto restante de restricciones son restricciones operativas o de inversión: límites de flujo de potencia para las líneas, límites de generación y límites de adición de circuitos. El problema es PNLEM, debido a la presencia de variables enteras, como la cantidad de circuitos agregados en cada rama y la existencia de las restricciones correspondientes a la Segunda Ley de Kirchhoff, que no son lineales.

En el modelo de DC, las primeras restricciones representan la Primera Ley de Kirchhoff (PLK), las segundas restricciones representan la Segunda Ley de Kirchhoff (SLK), ya sea para los circuitos existentes o para que los circuitos candidatos se agreguen al sistema de transmisión, el resto de las restricciones son límites operativos o límites de inversión: límites de flujo de potencia activa para los circuitos, límites de generación de potencia activa y límites de inversión. El problema es PNLEM, debido a la presencia de productos entre las variables de enteros de inversión y las variables de ángulo de bus en la SLK

2.1.4. Modelo lineal disyuntivo

El modelamiento considerado como ideal es el denominado modelo DC, que es un problema de programación no lineal entero mixto (PNLEM); sin embargo, el modelo DC es posible transformarlo a un problema equivalente cuyo modelamiento es un “modelo lineal”. Es posible transformar un problema no lineal cuadrático en un problema lineal con variables binarias y reales; esto se logra usando una transformación que permite separar los términos cuadráticos en relaciones lineales. Este proceso es obtenido incorporando al problema un parámetro M muy grande por medio del cual se logra representar la Segunda Ley de Kirchhoff en dos partes para cada posible adición en un tramo de red.

Esta transformación se logra representando cada posible adición de líneas de transmisión y / o subestaciones mediante variables de decisión binarias (1 para representar que el elemento se agrega y 0 para indicar lo contrario). La inclusión de estas variables binarias implica una separación de los términos cuadráticos presentes en el modelo de DC (productos entre θ_i y n_{ij}), el gran parámetro M de valor muy grande, para incluir la SLK asociada a las variables binarias cuyo valor es 1, o que no afecte de otro modo al modelo. El aspecto más interesante del modelo lineal disyuntivo es que es un problema

de programación lineal con variables binarias, comparte su solución global óptima con la del modelo DC.

El modelo lineal disyuntivo presenta algunas ventajas y desventajas, la principal ventaja es que convierte a un problema no lineal en un problema lineal y su desventaja está relacionada con el aumento de la dimensión del problema debido a la introducción de un gran número de variables binarias que depende del tamaño del sistema y el número máximo de líneas que se tienen posibles como adición en cada corredor. Otra desventaja es la selección del parámetro M , ya que representa un factor que puede desestabilizar la solución del modelo lineal disyuntivo.

$$Min = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{(k) \in K} \omega_{ij,k} \quad (2.22)$$

s.a.

$$\sum_{(l,i) \in \Omega} (f_{li}^0 + \sum_{k=1}^K f_{li,k}) - \sum_{(i,q) \in \Omega} (f_{iq}^0 + \sum_{k=1}^K f_{iq,k}) + g_i = d_i \quad \forall_i \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.23)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 = 0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.24)$$

$$-M(1 - \omega_{ij,k}) \leq f_{ij,k} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - \omega_{ij,k}) \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.25)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \leq f_{ij}^0 \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.26)$$

$$|f_{ij,k}| \leq \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.27)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.28)$$

$$\sum_{k \in K} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.29)$$

$$\omega_{ij,k} \leq \omega_{ij,k-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 2 \dots K \quad (2.30)$$

$$\omega_{ij,k} \in 0, 1 \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.31)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i, Irrestringidos \quad (2.32)$$

Donde M es un parámetro con un valor muy grande, incluido en las variables disyuntivas; $\omega_{ij,k}$ es una variable binaria que representa la adición de un circuito en la posición k del corredor $i - j$, con el valor “1” en el caso de la suma y “0” en el caso opuesto. El modelo lineal disyuntivo, tiene un subconjunto adicional de variables y restricciones,

con respecto al modelo de transporte y el modelo DC. La siguiente es la nomenclatura adicional utilizada en el modelo híbrido:

Se deben hacer las siguientes aclaraciones sobre el modelo:

- Las primeras restricciones representan de manera compacta todas las restricciones asociadas con PLK, cuando esto se aplica a los n nodos del sistema. Todas son restricciones de igualdad lineales.
- Las segundas restricciones representan el SLK aplicado a los circuitos existentes en el corredor $i - j$ de la red actual. En esta expresión, x_{ij} representa la reactancia de un circuito del camino $i - j$ y se supone que todos los circuitos tienen la misma reactancia y la misma capacidad.
- El tercer grupo de restricciones representa el SLK para cada circuito candidato que se ha seleccionado para su adición. Es decir, si el elemento $\omega_{ij,k} = 1$. Si $\omega_{ij,k} = 0$, el elemento no se selecciona para la adición y el SLK no se aplica. Estas restricciones se denominan restricciones disyuntivas.

2.1.5. Modelo lineal disyuntivo reducido

El modelo disyuntivo lineal reducido es una transformación del modelo disyuntivo lineal. El modelo disyuntivo lineal reducido es la mejor versión de la literatura especializada para resolver el problema de planificación de la expansión de la transmisión. Como en el caso anterior, es un PLEM. En el modelo disyuntivo lineal reducido, el número de restricciones y el número de variables se reducen con respecto al modelo disyuntivo lineal. En el modelo disyuntivo lineal reducido, cada variable binaria $\omega_{ij,k}$ activa 2^{k-1} circuitos simultáneamente. en consecuencia, la cantidad de circuitos agregados depende del valor de las variables binarias en cada problema. El número de circuitos en el corredor $i - j$ se puede calcular mediante la expresión:

$$n_{ij} = 2^0 \omega_{ij,1} + 2^1 \omega_{ij,2} + 2^2 \omega_{ij,3} + \dots + 2^{K-1} \omega_{ij,K} \quad (2.33)$$

En el modelo lineal disyuntivo reducido, el número de variables binarias necesarias para representar m opciones de inversión se reduce a $\log_2(m + 1)$.

$$Min = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{(k) \in K} 2^{k-1} \omega_{ij,k} \quad (2.34)$$

s.a.

$$\sum_{(l,i) \in \Omega} (f_{li}^0 + \sum_{k=1}^K f_{li,k}) - \sum_{(i,q) \in \Omega} (f_{iq}^0 + \sum_{k=1}^K f_{iq,k}) + g_i = d_i \quad \forall_i \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.35)$$

$$f_{ij}^0 x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 = 0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.36)$$

$$|f_{ij,k} x_{ij} - 2^{k-1} (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - \omega_{ij,k}) \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.37)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \leq f_{ij}^0 \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.38)$$

$$|f_{ij,k}| \leq 2^{k-1} \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.39)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.40)$$

$$\sum_{k \in K} 2^{k-1} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.41)$$

$$\omega_{ij,k} \in 0, 1 \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.42)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i, \text{Irrestringidos} \quad (2.43)$$

Usando este modelo la misma nomenclatura que al anterior modelo. La ecuación que representa la restricción de diferencia de ángulo de bus o SLK, por cada 2^{k-1} elementos que se agreguen al sistema de transmisión, se vuelve estricta dentro del sistema de ecuaciones cuando la variable de decisión toma el valor de 1. De lo contrario, la gran M parámetro asegura que la restricción particular es irrelevante para el modelo.

2.1.6. Técnicas de solución para el problema de planeamiento.

Técnicas exactas

Programación lineal: En [13] se presenta una propuesta que transforma el PL en un problema equivalente con solo una restricción de igualdad (la ecuación de flujo de potencia) y muchas restricciones de desigualdad, y utiliza un algoritmo simplex dual y una estrategia de relajación para resolver los PL, la característica más relevante del problema modificado es que solo aquellas restricciones de circuito con el flujo máximo son vinculantes para la solución óptima y, por lo tanto, la técnica de relajación se vuelve particularmente eficiente.

En [14] se plantea la división del problema en dos independientes de inversión y operaciones, y es bajo esta circunstancia en la que se propone una nueva metodología para

la planificación óptima de la inversión. Se especifica como un modelo de programación lineal de valor mínimo y se resuelve mediante una división adicional en dos subproblemas. La primera considera la uso máximo de las instalaciones de red existentes para las necesidades futuras del sistema y la elección de los mejores candidatos para que los refuerzos de red se apliquen en un proceso de planificación de expansión interactiva. El segundo subproblema considera la red en expansión potencial y decide los mejores refuerzos de la red económicamente, lo que permite la política de planificación de la expansión basada en el óptimo.

Programación no lineal: En [15] se propone una formulación modificada del problema de planificación de la expansión del sistema de transmisión, incorporando el término de pérdida de potencia de corona a la función objetivo ya las restricciones del modelo matemático. En consecuencia, la función objetivo incluye el costo de inversión de las líneas de transmisión, la pérdida de potencia óhmica y la pérdida de potencia de corona, lo que revela una función objetivo altamente no lineal. La nueva formulación se aplica al sistema de prueba Garver de seis barras.

En [16] se presenta una técnica de optimización para resolver el problema de planificación de la expansión de la red de transmisión, utilizando el modelo de CA, además se plantea un algoritmo heurístico constructivo destinado a obtener una solución de excelente calidad para este problema. Se aplica un método de punto interior para resolver problemas de programación no lineal durante los pasos de solución del algoritmo. Se implementan tres sistemas de prueba para mostrar la capacidad del método y la viabilidad de utilizar modelo AC para resolver el problema.

Programación lineal entera: En el documento [17] se propone una metodología para elegir el mejor plan de expansión del sistema de transmisión considerando el costo de espera basado en un enfoque probabilístico bajo una restricción de criterio de seguridad. Con este método se pretende minimizar el costo de inversión, de operación y probabilístico de los generadores para la construcción de circuitos nuevos en el sistema, sujetos a criterios de seguridad.

En el documento [18] se presenta un modelo para la planificación de la expansión de la red de transmisión en sistemas de energía desregulados. Este método adopta res-

tricciones de elasticidad y coeficientes de elasticidad debido a la incertidumbre en el mercado de la electricidad en la planificación de la expansión de la red de transmisión, además considera la inyección y limitación de potencia real del circuito, y el costo de inversión del mismo. Con el modelo elástico se pretende tener una nueva planificación conceptual en el sistema de energía desregulado.

Programación lineal entera mixta: En [19] se presenta en el artículo un enfoque nuevo para la planificación de redes de transmisión de alto voltaje, El modelo de simulación desarrollado tiene en cuenta el costo de la inversión de capital en su forma discreta, así como el costo de las pérdidas de transmisión. Las ecuaciones de restricción incluyen las ecuaciones de flujo de carga de DC y las restricciones de carga de línea. La simulación contiene una técnica de combinación de líneas propuesta para obtener la red de menor costo que satisface las restricciones de carga de líneas.

El trabajo de investigación [20] determina una configuración de red óptima de acuerdo con el crecimiento de la demanda. Este estudio presenta una metodología para la planificación de la expansión de la transmisión utilizando el modelo de flujo de potencia de DC. Los objetivos son minimizar el costo de inversión en la transmisión, la función Objetivo minimizar el costo de operación y mantenimiento de la línea de transmisión y minimizar el costo de inversión de la generación, El método de programación lineal de enteros mixtos se utiliza para resolver el problema de la expansión de la línea de transmisión.

Programación Estocástica: En el artículo [21] se presenta un nuevo modelo para la expansión de la generación y la transmisión. Este modelo considera como escenarios aleatorios la demanda, la disponibilidad equivalente en la plantas generadoras y el factor de capacidad de las líneas de transmisión. Se utiliza programación estocástica y restricciones probabilísticas en el modelo de optimización para incorporar estos escenarios aleatorios. Se implementa dos sistemas de pruebas uno de seis barras y el otro de veintiuno.

Se habla en [22] sobre el gran desafío que enfrenta la planificación de la expansión del sistema de transmisión debido a las incertidumbres en el entorno del mercado eléctrico. Se propone una nueva planificación de la expansión del sistema de transmi-

2.1. MODELOS PARA LA PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN LA TRANSMISIÓN²¹

sión con restricciones de seguridad en función de la programación limitada por azar en el documento. Este modelo tiene dos méritos 1) introduce el riesgo de inversión y el riesgo de seguridad a partir de incertidumbres basadas en limitaciones de oportunidad, al operador de planificación se le puede dar más información de las estrategias óptimas y tomar las decisiones correctas. 2) coordina el conflicto entre el riesgo de seguridad y el costo de inversión en la planificación de la transmisión. Se propone un algoritmo genético de nicho basado en el método de simulación estocástica para resolver el modelo de planificación y realizar con éxito la tarea. Los resultados de simulación obtenidos del sistema de 18 buses modificados y el análisis de comparación demuestran que la metodología propuesta es válida.

Descomposición de Benders: En el documento [23], se propone la planificación integrada de la expansión de la generación y la transmisión utilizando el método GBD basado en el modelo de flujo de energía de CA linealizado. El método propuesto se ha aplicado con éxito al sistema de seis buses de Garver, que es uno de los sistemas de muestra más utilizados.

En el documento [24] se plantea la resolución del problema de planificación de la expansión de la transmisión con restricciones de seguridad se hace mediante un algoritmo de descomposición de Benders de derivación y corte (BCBD). Es un método determinista donde la solución óptima global se puede garantizar en un número finito de iteraciones.

Se presenta en [25] un algoritmo de descomposición de Benders mejorado para LP estocásticos de dos etapas y se aplica a un modelo de planificación de expansión de transmisión y generación dinámica a gran escala para el sistema eléctrico europeo. El algoritmo mejorado es una variación del algoritmo tradicional de descomposición de Benders de corte múltiple en el que la agregación de escenarios utilizada para los cortes de optimalidad se reduce en un umbral de error dado. Los resultados experimentales muestran que esta técnica mejora la convergencia y reduce el tiempo de cálculo.

Técnicas Heurísticas o Sistemas Inteligentes

: Funciones de sensibilidad:

En el artículo [12] se plantea el algoritmo de mínimo esfuerzo implementado en el modelo DC, en el cual se adiciona circuitos progresivamente. En cada paso se encuentra

la configuración de los circuitos existentes de la red base y los nuevos circuitos adicionales en pasos anteriores, en cada iteración se resuelve el problema de flujo de carga DC.

En el documento [26], se presenta un método para resolver el problema de planificación de la expansión de la red de transmisión a corto plazo a través de un algoritmo heurístico constructivo. En cada paso del algoritmo, se usa un índice de sensibilidad para agregar un circuito o un banco de capacitores al sistema. Se implementa el modelo CA en sistemas de pruebas para aplicar el algoritmo.

Algoritmos Genéticos (AG): En el documento [27] se presenta una metodología para resolver el problema de planificación de la expansión de la red de transmisión (TNEP) considerando la confiabilidad y la incertidumbre en la demanda. Se utiliza una técnica analítica basada en la enumeración, mediante el algoritmo genético de Chu-Beasley modificado.

En el artículo [28] se plantea el algoritmo genético de Chu-Beasley para resolver el problema de planificación de la expansión de la transmisión estática y de múltiples etapas. Además de presentarse características del algoritmo, de igual manera algunas modificaciones que se realizaron para resolver de manera eficiente la problemática.

El artículo [29] presenta la planificación de la expansión de la transmisión de un sistema práctico multizona usando el algoritmo genético. Se desea encontrar las rutas, los tipos de conductores y los niveles de voltaje del nuevo conjunto de circuitos, para abastecer la carga pronosticada y tener un mínimo costo de inversión.

Búsqueda Tabú: En el documento [30] se desarrolla un proceso de optimización basado en la aplicación de Búsqueda Tabú, con el fin de expandir las redes eléctricas mediante la búsqueda de la topología que minimiza la caída de voltaje / número de años en el sistema eléctrico. Se presenta un estudio de caso, en el que se aborda una planificación de expansión de transmisión estática en un sistema de prueba IEEE, con el fin de demostrar la aplicación de la metodología desarrollada.

Capítulo 3

Ciclos como restricciones especializadas en TEP

El modelo de transporte tradicional se caracteriza por cumplir solo con la primera ley de Kirchhoff (FLK), este modelo permite tener costos de inversión bajos y atractivos para el plan de expansión, cumpliendo con los requerimientos de operación del sistema eléctrico, al emplearlo en sistemas de gran escala se obtiene buenos resultados pero no tan eficientes como al aplicar un modelo que contiene la SLK, como lo es el modelo DC.

Cuando un sistema eléctrico es de gran tamaño, se debe implementar un modelo matemático que pueda resolver el problema del planeamiento del sistema de transmisión, de manera rápida y óptima, para esto es necesario que el modelo contenga la SLK (abertura angular). El modelo de transporte se puede presentar utilizando una forma alternativa: el modelo de transporte disyuntivo. Este modelo tiene más variables y restricciones que el modelo de transporte tradicional, pero puede ser útil en otros contextos.

En la investigación se busca representar la SLK a través de restricciones disyuntivas en el modelo de transporte disyuntivo mejorado, el cual es una versión relajada del modelo disyuntivo lineal, la única diferencia es la representación de la SLK, la cual estará dada por la formación de trayectorias cerradas de corta trayectoria y será adicionadas al conjunto de restricciones del modelo de transporte disyuntivo mejorado, con lo cual se pretende obtener resultados más rápidos con el mínimo esfuerzo computacional, obteniendo la misma respuesta que al aplicar el modelo lineal disyuntivo [5].

3.1. Modelo transporte disyuntivo

Uno de los modelos más empleados cuando resolvemos el problema de expansión en el planeamiento de la transmisión es el modelo de transporte, es también el camino más simple para representar el sistema de transmisión y fácil de resolver, en este caso la segunda ley de Kirchhoff no es usada, ese ha sido la principal razón por la que incluso problemas de gran tamaño tuvieron una solución en una cantidad relativamente corta de tiempo, en algunos casos es una relación de minutos versus días, como tiempo total necesitado para resolverlo. En esta versión disyuntiva, usamos variables binarias de inversión que determinan la adición de algún circuito en el sistema base y restricciones disyuntivas [5].

$$Min = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{(k) \in \Gamma} \omega_{ij,k} \quad (3.1)$$

s.a.

$$\sum_{(p,i) \in \Omega} (f_{pi}^0 + \sum_{(k) \in \Gamma} f_{pi,k}) - \sum_{(i,j) \in \Omega} (f_{ij}^0 + \sum_{(k) \in \Gamma} f_{ij,k}) + g_i = d_i, \quad \forall_i \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.2)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.3)$$

$$|f_{ij,k}| \leq \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma \quad (3.4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (3.5)$$

$$\sum_{k \in K} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.6)$$

$$\omega_{ij,k-1} \geq \omega_{ij,k} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (3.7)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i, \text{Irrestringidos} \quad (3.8)$$

3.2. Modelo transporte disyuntivo mejorado

Es un nuevo modelo, que tiene como resultado la misma solución que el modelo lineal disyuntivo, además permite disminuir el esfuerzo computacional a la hora de resolver el

problema de planeamiento de la expansión para sistemas eléctricos complejos. Se toma como referencia el modelo de transporte disyuntivo, se implementa un nuevo conjunto de restricciones que incluye la SLK para circuitos existentes y nuevos adicionados a la red base.

Las restricciones presentes en el modelo son las siguientes: La FLK para circuitos existentes y nuevos adicionados, la sumatoria flujos de potencia se realiza en cada uno de los n nodos del sistema eléctrico, de igual manera esta los límites de capacidad de cada circuito y de generación en cada barra. Al ser un modelo disyuntivo se trabaja con variables binarias, las cuales indican la adición de un nuevo circuito a la topología actual, es decir si k equivale a “1” representa un circuito nuevo en el corredor $i - j$, por el contrario si k es “0” no representa ninguna adición, se debe cumplir que para corredor $i - j$ hay un número determinado de circuitos existentes y nuevos.

Con las restricciones disyuntivas se quiere representar la SLK para los circuitos nuevos adicionados a la red base, estas restricciones indican que el flujo de potencia de los circuitos existentes y la opciones de adición en la red se distribuyan equitativamente, al estar conectados en paralelo en el corredor $i - j$.

Al ingresar variables binarias al modelo matemático, es posible transformar un modelo no lineal cuadrático en un problema lineal, para esto se ingresa el parámetro M que debe ser de gran tamaño y poder representar la SLK en dos partes para cada posible adición en un tramo de red. Al modelo de transporte disyuntivo mejorado se adicionan trayectorias cerradas de corta trayectoria representadas a través de restricciones disyuntivas, con lo cual se quiere hacer cumplir la SLK, y por ende llegar a la misma respuesta que el modelo lineal disyuntivo, pero en menor tiempo y esfuerzo computacional.

$$Min = v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{(k) \in \Gamma} \omega_{ij,k} \quad (3.9)$$

s.a.

$$\sum_{(p,i) \in \Omega} (f_{pi}^0 + \sum_{(k) \in \Gamma} f_{pi,k}) - \sum_{(i,j) \in \Omega} (f_{ij}^0 + \sum_{(k) \in \Gamma} f_{ij,k}) + g_i = d_i, \quad \forall_i \in B, \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.10)$$

$$|f_{ij}^0 - n_{ij}^0 f_{ij,1}| \leq M(1 - \omega_{ij,1}) \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma, n_{ij}^0 > 0 \quad (3.11)$$

$$|f_{ij}^0 - n_{ij}^0 f_{ij,k-1}| \leq M(1 - \omega_{ij,k}) \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (3.12)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.13)$$

$$|f_{ij,k}| \leq \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma \quad (3.14)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (3.15)$$

$$\sum_{k \in K} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (3.16)$$

$$\omega_{ij,k-1} \geq \omega_{ij,k} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (3.17)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i, \text{Irrestringidos} \quad (3.18)$$

3.3. Formulación ciclos

Primero se debe ejecutar el modelo de transporte disyuntivo mejorado sin ciclos, para identificar los circuitos que tienen sus flujos de energía en su capacidad máxima así como los nuevos adicionados a la red base. Con el conjunto de circuitos, se formarán trayectorias cerradas que serán las nuevas restricciones del modelo de transporte disyuntivo mejorado, estas restricciones deben cumplir con dos condiciones: la primera, el ciclo construido debe tener la suma más pequeña del producto de la capacidad y de la reactancia de cada circuito (ciclo crítico), y segundo en cada trayectoria cerrada debe contener por lo menos un circuito sobrecargado, si ese circuito se encuentra en diferentes etapas del proceso se añade al siguiente ciclo crítico que lo contiene. Los ciclos críticos encontrados se añaden al modelo de transporte disyuntivo mejorado y el problema se resuelve nuevamente, repitiendo el procedimiento anterior, hasta que no aparezca circuitos sobrecargados o circuitos nuevos adicionados.

Para definir un ciclo es necesario conocer la teoría de grafos, la cual establece que un grafo no orientado G , contiene pares ordenados de V y E , donde V es el conjunto de vértices y E es el conjunto de enlaces o corredores para todos los vértices o nodos pertenecientes a V . La forma general de establecer a G es la siguiente:

$$G = (V(G), E(G)) \quad (3.19)$$

Cada corredor está conectado entre dos nodos i, j , que pertenecen a V , formando un camino, que tendrá un inicio y un final, y una sucesión de vértices que une los corredores para formar una trayectoria. Sea G un grafo. Un camino de longitud n es una

sucesión de lados $e_1, e_2 \dots e_n$, junto con una sucesión de vértices $v_1, v_2 \dots v_{n+1}$ tales que $G(e_i) = \{v_i, v_{i+1}\}$. En tal caso se dice que el camino $e_1, e_2 \dots e_n$ es un camino del vértice v_1 al vértice v_{n+1} .

Si $G = (V, E)$, un subgrafo de G es un nuevo grafo $G_0 = (V_0, E_0)$ donde $V_0 \subseteq V$, $E_0 \subseteq E$ y se verifica que $G_0(e) = G(e)$ para cualquier $e \in E_0$.

Nótese que si $e_1, e_2 \dots e_n$ es un camino de u a v , entonces $e_n, e_{n-1} \dots e_2, e_1$ es un camino de v a u . Un camino en el que no aparecen lados repetidos se llama recorrido. Un recorrido en el que no hay vértices repetidos (salvo eventualmente el primero y el último) se llama camino simple. Un camino en el que coinciden el primer y el último vértice se llama camino cerrado. Un recorrido que es a la vez camino cerrado se llama circuito. Un circuito que a su vez es camino simple es un ciclo.

Por tanto, en un circuito puede haber o puede no haber vértices repetidos. Sin embargo, no puede haber aristas repetidas. Se tiene entonces, que todo ciclo es un circuito, es un camino cerrado y es un camino [31].

Si $G = (V, E)$ es un grafo no orientado con m enlaces y n nodos o vértices, un ciclo es un subgrafo de G , el vector espacial generado por los vectores incidentes de ciclos se denomina espacio de ciclos de G , que tiene la dimensión:

$$m - n + \alpha(G) \quad (3.20)$$

Donde m es el total de enlaces en el grafo y n es el total de vértices, $\alpha(G)$ corresponde al número de componentes relacionados con G . El conjunto de ciclos máximos linealmente independientes son llamados ciclos bases, la cantidad de ciclos bases resultantes para determinada topología, está dada por la siguiente expresión:

$$N = m - n + 1 \quad (3.21)$$

3.4. Metodología empleada

Un ciclo crítico reemplaza la SLK, el producto entre el flujo de potencia f y la reactancia x es el valor asignado correspondiente a cada enlace del circuito y representa la diferencia angular de los corredores $i - j$ del SEP. Cada ciclo crítico será adicionado al modelo de transporte disyuntivo mejorado, pero debe cumplir con las siguientes condiciones: la suma de los valores asignados en cada uno de los enlaces debe ser mínima, de haber varias opciones se elige la trayectoria más corta, cada ciclo se forma con los circuitos existentes y nuevos a adicionar en la red base y por lo menos debe haber un circuito en su máxima capacidad, en la trayectoria cerrada. Cuando hay circuitos en paralelo en la red base o con circuitos nuevos que tiene diferente reactancia y/o flujo de potencia se debe formar un ciclo crítico con ellos.

La representación de un ciclo crítico en el modelo matemático es la siguiente:

$$-M(R - z) \leq \sum_{(i,j) \in \Omega_a} \frac{f_{ij}^0}{n_{ij}^0} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in \Omega_b} f_{ij} x_{ij} \leq M(R - z) \quad (3.22)$$

Donde Ω_a representa el conjunto de corredores donde hay circuitos existentes y Ω_b representa el conjunto de corredores candidatos para la adición de circuitos, z es la sumatoria de las variables binarias asociadas a la primera opción de inversión de los corredores candidatos, M es un parámetro muy grande por medio del cual se logra representar la segunda ley de Kirchhoff en dos partes para cada posible adición en un tramo de red, R que representa la cantidad de circuitos nuevos que serán adicionados a la red, por último x_{ij} , representa la reactancia en el corredor $i - j$ y el flujo de potencia P_{ij}^0 , y P_{ij} tanto para los circuitos existentes como para los candidatos respectivamente. El conjunto de ecuaciones 3.11 y 3.12 es reemplazada por la ecuación 3.22 para la formación de ciclos, en el modelo de transporte disyuntivo mejorado para resolver el problema de planeamiento del sistema de transmisión.

Capítulo 4

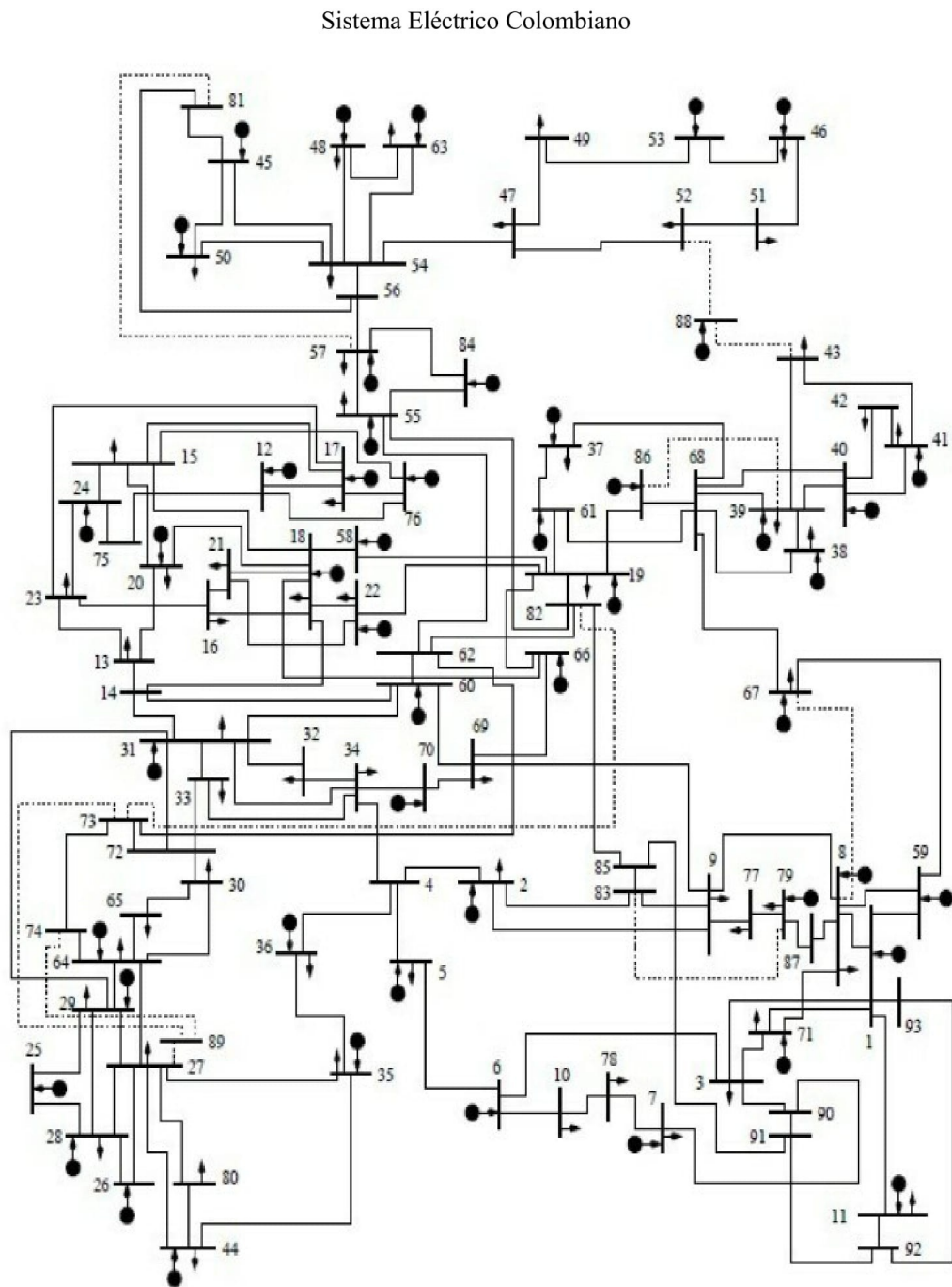
Resultados

Se realizaron las pruebas en el Sistema Eléctrico Colombiano, Figura. 4.1, en donde se tomó el modelo lineal disyuntivo transporte mejorado el cual cuenta con la primera Ley de Kirchhoff, pero no cuenta con la segunda Ley de Kirchhoff, por lo tanto, se busca hacer cumplir esta restricción utilizando ciclos que abarque la menor trayectoria, para este caso, la menor trayectoria se toma en cuenta con el producto de $\bar{f} \times x$, siendo \bar{f} (potencia máxima por circuito) y x (Reactancia de los circuitos) y los cuales determinan la distancia de cada corredor, cabe destacar que para este caso la reactancia de cada circuito de todo un corredor es considerada igual, por lo tanto para la selección de los ciclos más cortos se hace con base a este producto. Hay que tener en cuenta que se realizan ciclos solo con líneas sobrecargadas a su máxima capacidad, dichas líneas sobrecargados se deben tomar en un ciclo mínimo o de menor distancia, independientemente del paso en el que se encuentre se debe siempre seleccionar la menor trayectoria posible, cuando se refiere a posible es el hecho de que se toma la siguiente más corta si es que la trayectoria más corta ya se tomó con anterioridad o en el/los paso(s) anterior(es). Teniendo en cuenta la teoría de grafos podemos obtener el número de ciclos que necesitaríamos para obtener el valor de la función objetivo deseada, aunque estos no son lo mínimo debido a que se encuentran ciclos redundantes en el proceso.

4.1. Procedimiento de las pruebas realizadas

Se ejecuta el modelo disyuntivo DC con el cual se obtiene la solución al problema de inversión del sistema colombiano y dicho resultado es la referencia para el siguiente

Figura 4.1: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano



paso, además, se obtuvieron los siguientes resultados en cuanto a tiempo y función objetivo.

4.1.1. Parte 1

ados Se ejecuta el modelo disyuntivo DC con el cual se obtiene la solución al problema de inversión del sistema colombiano y dicho resultado es la referencia para el siguiente paso; en Tabla 4.1 se muestra el costo y el tiempo requerido para solucionar el problema de inversión, en Tabla 4.2.

Tabla 4.1: Resultado al ejecutar el modelo DC disyuntivo.

Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 264,59 s	Inversion total: 562,427 u.m
Ticks: 99074,21	

Tabla 4.2: Circuitos adicionados.

Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2
15-18	1
30-65	1
30-72	1
55-57	1
55-84	1
56-57	1
55-62	1
27-64	1
27-29	1
50-54	1
62-73	1
19-82	2
82-85	1
68-66	1

4.1.2. Parte 2

Paso 0

Se ejecuta el modelo lineal disyuntivo transporte mejorado, el cual nos resuelve el problema operativo del sistema mostrando los flujos por cada corredor del sistema eléctrico colombiano y el problema de inversión al obtener las nuevas líneas adicionadas y el costo de la adición de estas; en la Tabla 4.5 se muestran las líneas que se encuentran al máximo de su capacidad de potencia debido a la ausencia de la segunda Ley de Kirchhoff, en la Tabla 4.4 las líneas adicionadas, en la Tabla 4.3 el tiempo empleado por el programa para resolver parcialmente el problema de inversión medidos en segundos y ticks.

Tabla 4.3: Inversión y tiempo requerido paso 0.

Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 1,812 s	Inversion total: 315,354 u.m
Ticks: 498,12	

Tabla 4.4: Circuitos adicionados paso 0.

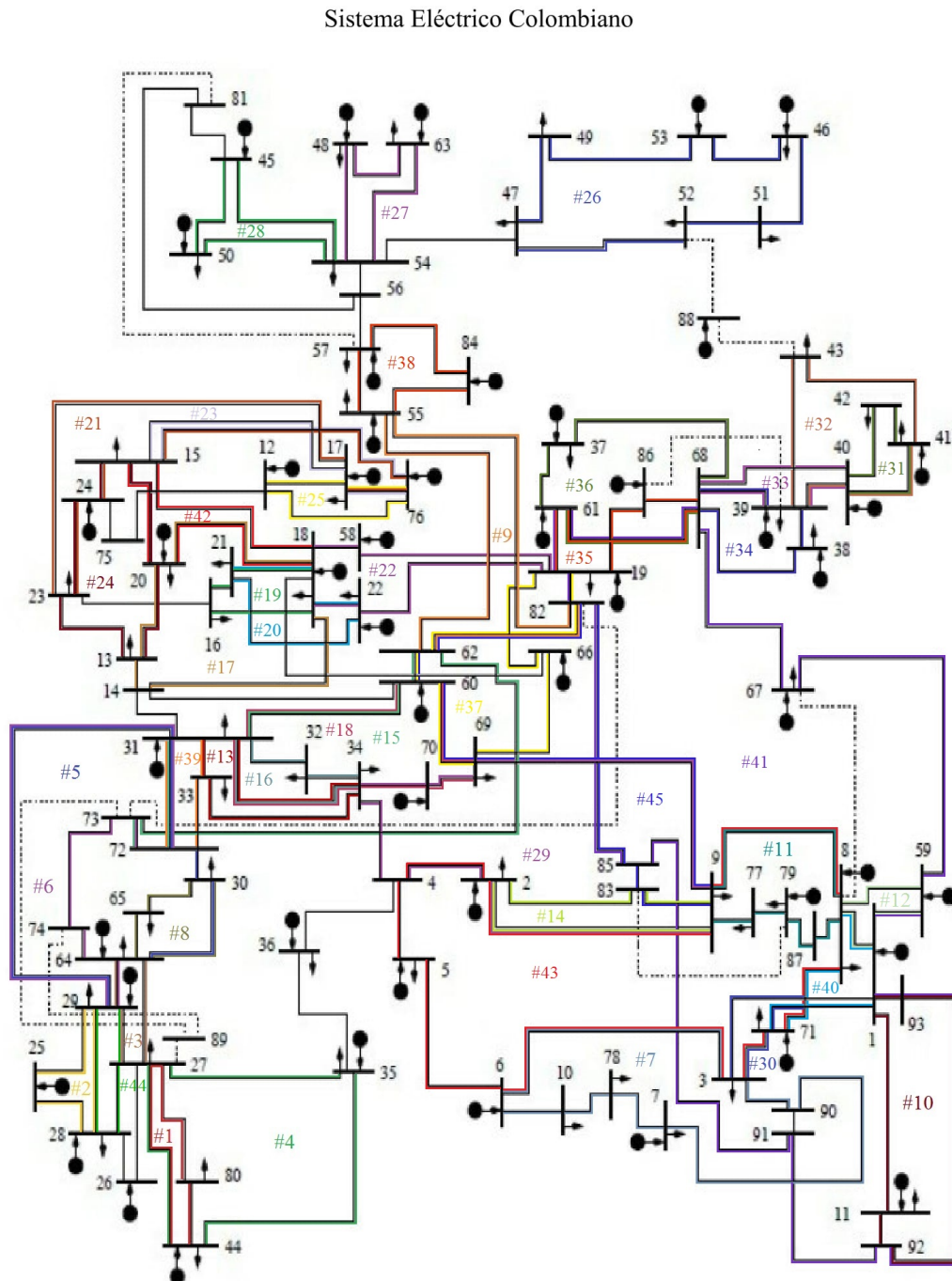
Corredor	Numero de Circuitos
52-88	1
43-88	2
57-81	1
14-31	1
55-84	1
55-62	1
19-66	2
68-86	1

En la Figura 4.2 se muestran los ciclos formados por línea en su máximo de capacidad y, también, por corredor nuevo adicionado en el modelo como restricciones al problema.

Tabla 4.5: Circuitos en su máxima capacidad paso 0.

Corredor	Potencia [MW]	Corredor	Potencia [MW]
57-81	550	31-60	250
25-28	320	18-20	350
14-18	250	18-21	350
2-83	570	19-22	350
9-83	400	17-23	250
15-17	320	1-71	250
15-24	350	1-11	250
37-68	320	19-58	320
40-68	320	27-28	350
27-35	250	27-44	250
38-68	350	27-29	350
45-54	320	64-65	350
45-50	350	29-64	350
30-64	250	4-34	270
55-57	600	33-34	320
57-84	600	48-63	350
59-67	250	8-9	350
8-59	250	79-87	350
1-3	250	8-87	350
3-71	450	39-43	250
47-52	350	23-24	350
41-42	350	6-10	350
66-69	250	12-76	350
9-69	350	62-73	750
60-69	350	64-74	500
16-18	350	19-82	450
16-21	350	55-82	550
31-34	250	82-85	700
31-33	350	19-86	300

Figura 4.2: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 1.



Paso 1

Al adicionar los ciclos del paso 0 como restricciones al modelo, ejecutamos y volvemos a considerar las líneas que estén a su máxima capacidad, como también corredores nuevos, para hacer nuevos ciclos; obteniéndose como resultado el mostrados en las Tablas 4.6, 4.7 y 4.8.

Tabla 4.6: Circuitos en su máxima capacidad paso 1.

Corredor	Potencia [MW]
14-60	300
12-75	320
45-50	350
56-57	600
16-21	350
18-20	350
19-22	350
39-68	350
28-29	350
62-73	750
83-85	450
82-85	700
19-86	300

Tabla 4.7: Inversión y tiempo requerido paso 1.

Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 15,12 s	Inversion total: 446,834 u.m
Ticks: 5126,92	

Tabla 4.8: Circuitos adicionados paso 1.

Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2
57-81	1
14-31	2
15-18	1
55-57	1
55-84	1
55-62	1
19-58	1
19-66	1
82-85	1
68-86	1

De acuerdo al criterio de seleccion de circuitos para la formación de los ciclos, se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.3 al modelo como restricciones para el siguiente paso.

Paso 2

Al adicionar los ciclos del paso 1 como restricciones al modelo, ejecutamos y volvemos a considerar las líneas que estén a su máxima capacidad, como también corredores nuevos, para hacer nuevos ciclos; obteniéndose como resultados mostrados en las Tablas 4.9, 4.10 y 4.11.

Tabla 4.9: Circuitos en su máxima capacidad paso 2.

Corredor	Potencia [MW]
35-36	250
27-29	350
29-64	350
90-91	550

Sistema Eléctrico Colombiano

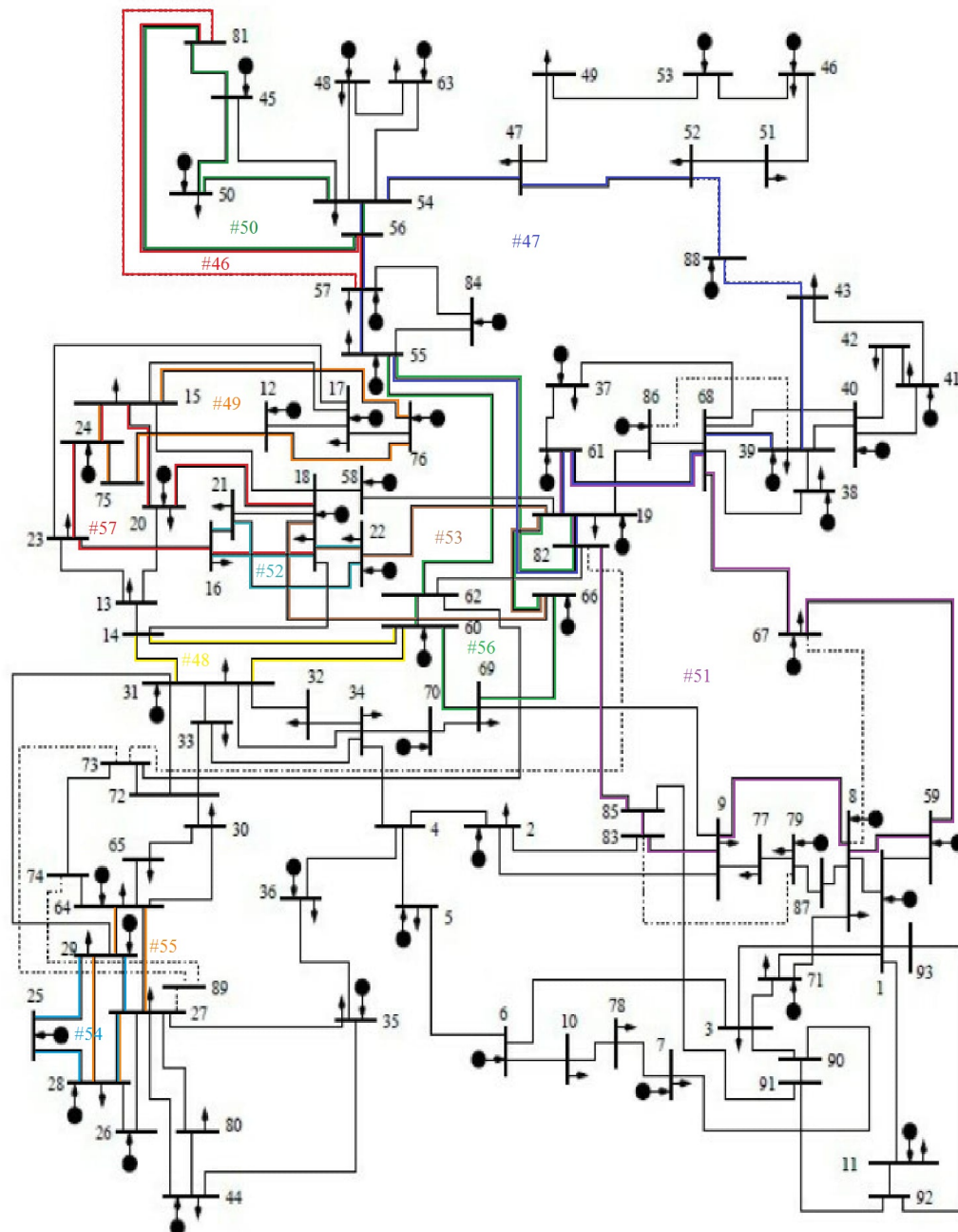


Tabla 4.10: Inversión y tiempo requerido paso 2.

Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 100,155 s Ticks: 33592,46	Inversion total: 510,202 u.m

Tabla 4.11: Circuitos adicionados paso 2.

Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2
55-57	1
55-84	1
56-57	1
55-62	1
50-54	1
62-73	1
54-56	1
19-82	2
82-85	1
68-86	1

De acuerdo al criterio de seleccion de circuitos para la formación de los ciclos, se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.4 al modelo para el siguiente paso.

Paso 3

Al adicionar los ciclos del paso 2 como restricciones al modelo, ejecutamos y volvemos a considerar las líneas que estén a su máxima capacidad, como también corredores nuevos, para hacer nuevos ciclos; obteniéndose como resultado el mostrados en las Tablas 4.12, 4.13 y 4.14.

Figura 4.4: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 3.

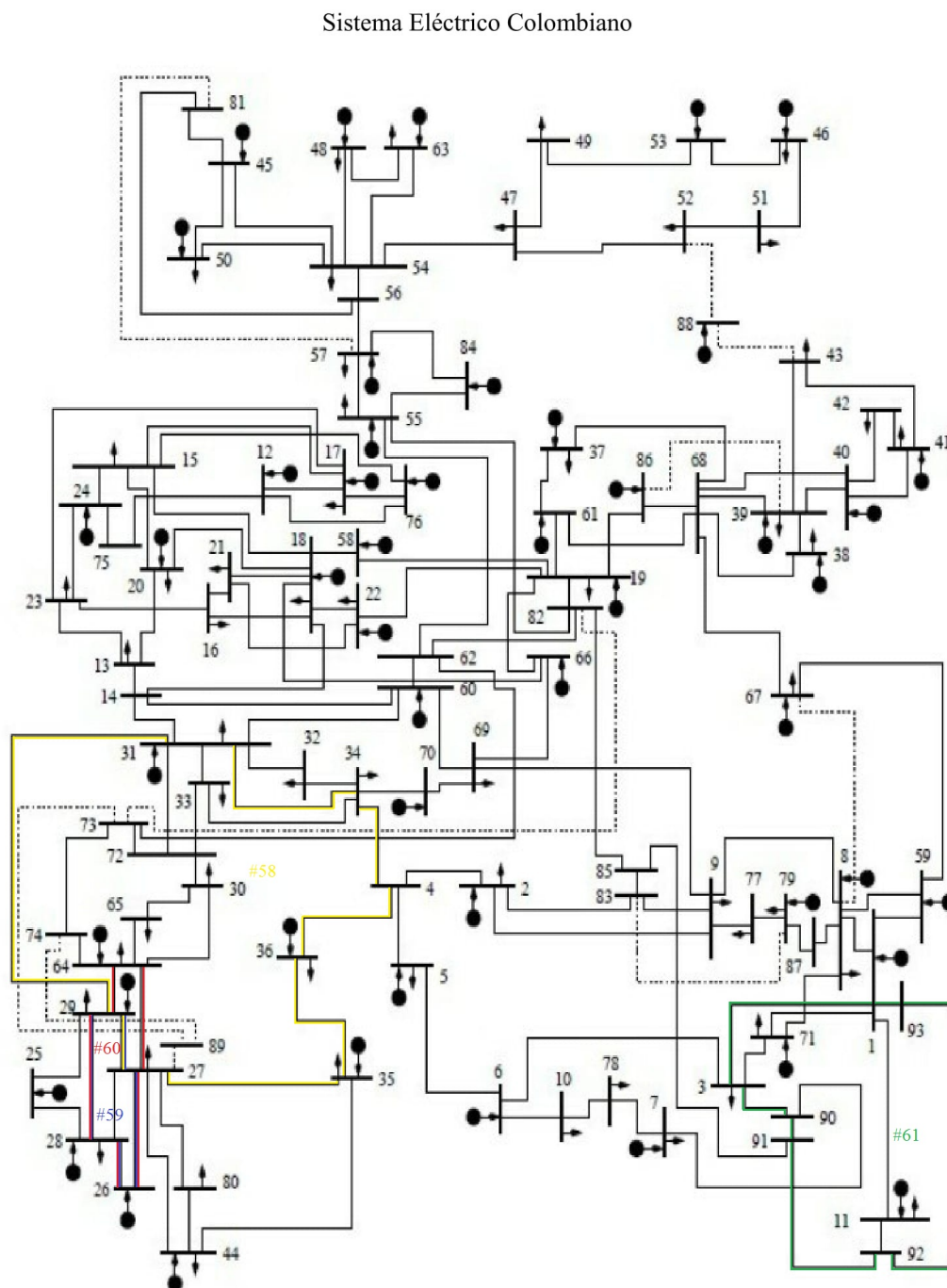


Tabla 4.12: Circuitos en su máxima capacidad paso 3.

Corredor	Potencia [MW]
15-18	450
64-74	500

Tabla 4.13: Inversión y tiempo requerido paso 3.

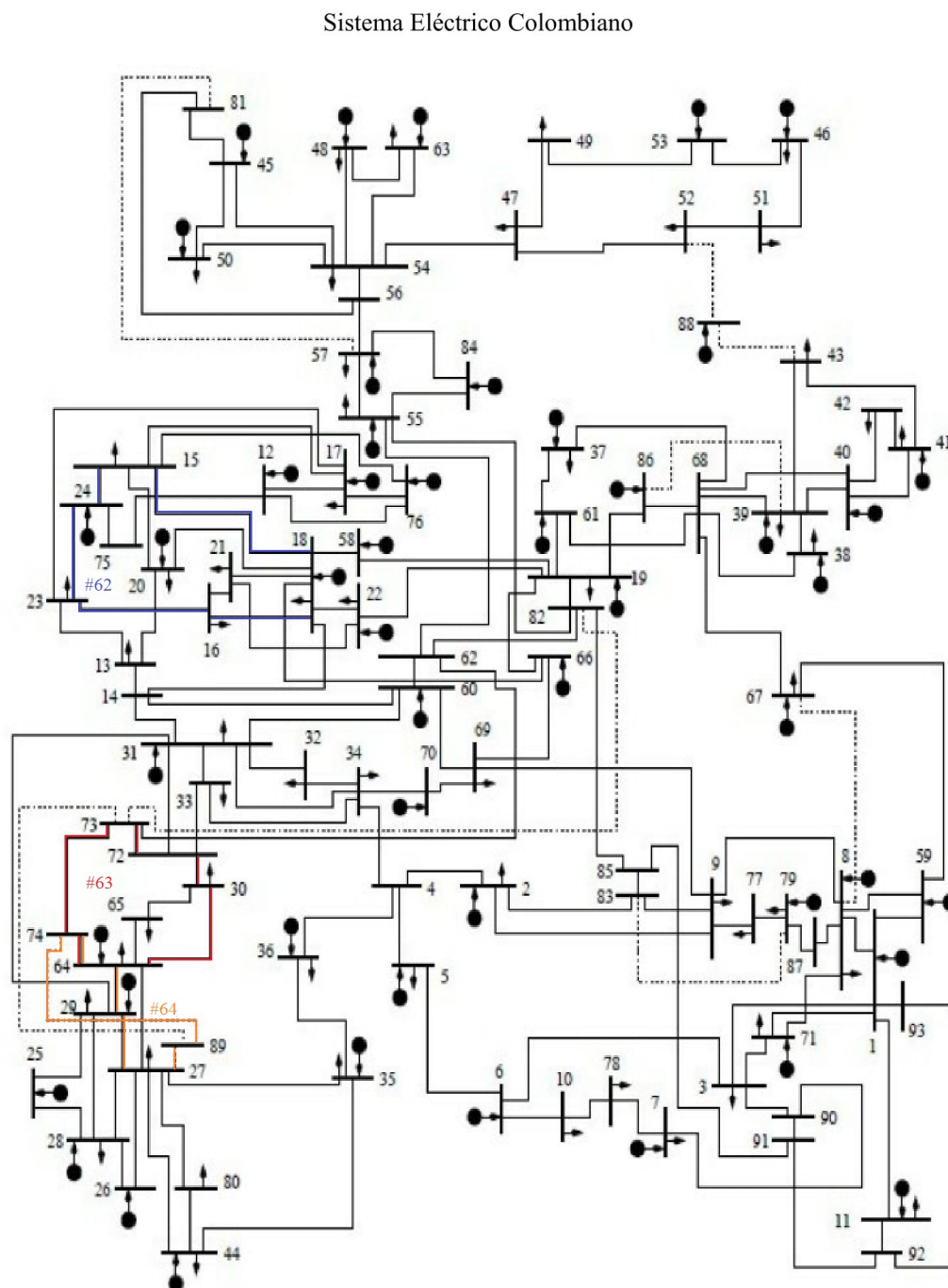
Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 91,424 s	Inversion total: 544,819 u.m
Ticks: 26677,11	

Tabla 4.14: Circuitos adicionados paso 3.

Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2
27-89	1
74-89	1
55-57	1
55-84	1
56-57	1
55-62	1
27-64	1
50-54	1
62-73	1
54-56	1
19-82	2
82-85	1
68-86	1

De acuerdo al criterio de seleccion de circuitos para la formación de los ciclos, se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.5 al modelo para el siguiente paso, estos como restricciones o cortes nuevos en el modelo.

Figura 4.5: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 4.



Paso 4

De manera iterativa para los pasos los siguientes pasos (4,5,6 y 7) se realiza el mismo procedimiento que se da en los pasos 2 y 3; para el presente paso se obtienen los resultados mostrados en las Tablas 4.15, 4.16 y 4.17.

Tabla 4.15: Circuitos en su máxima capacidad paso 4.

Corredor	Potencia [MW]
19-22	350

Tabla 4.16: Inversión y tiempo requerido paso 4.

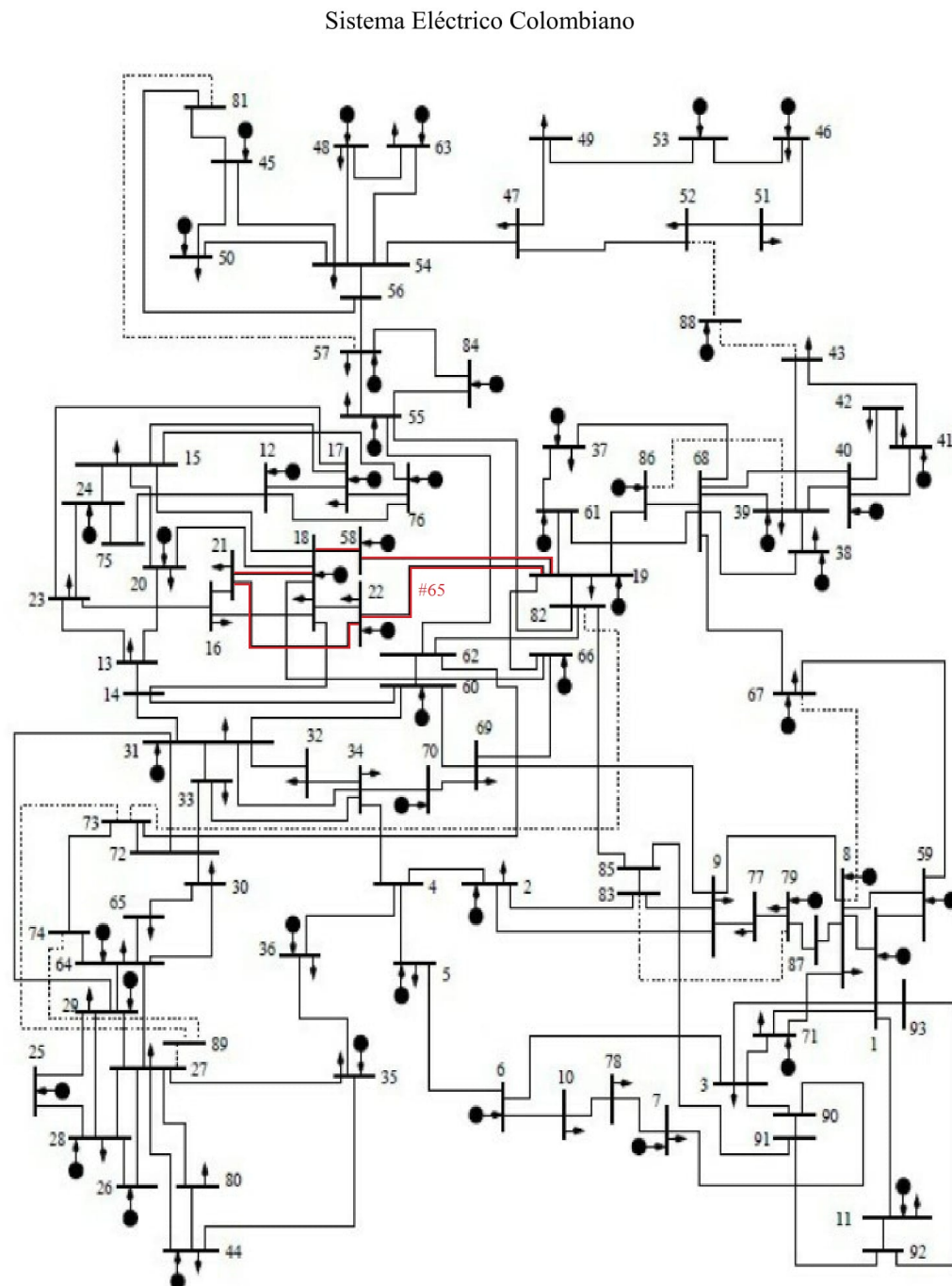
Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 139,36 s	Inversion total: 550,527 u.m
Ticks: 46465,15	

Tabla 4.17: Circuitos adicionados paso 4.

Corredor	Numero de Circuitos	Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2	29-64	1
15-18	1	50-54	1
30-65	1	62-73	1
55-57	1	54-56	1
55-84	1	72-73	1
56-57	1	19-82	1
55-62	1	82-85	1
27-29	1	68-86	1
19-66	1		

De acuerdo al criterio de seleccion de circuitos para la formación de los ciclos, se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.6 al modelo para el siguiente paso, estos como restricciones o cortes nuevos en el modelo.

Figura 4.6: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 5.



Paso 5

Al seguir realizandose de manera iterativa el mismo proceso planteado en los pasos anteriores se obtiene para este paso los resultados en las Tablas 4.18, 4.19 y 4.20.

Tabla 4.18: Circuitos en su máxima capacidad paso 5.

Corredor	Potencia [MW]
19-22	350

Tabla 4.19: Inversión y tiempo requerido paso 5.

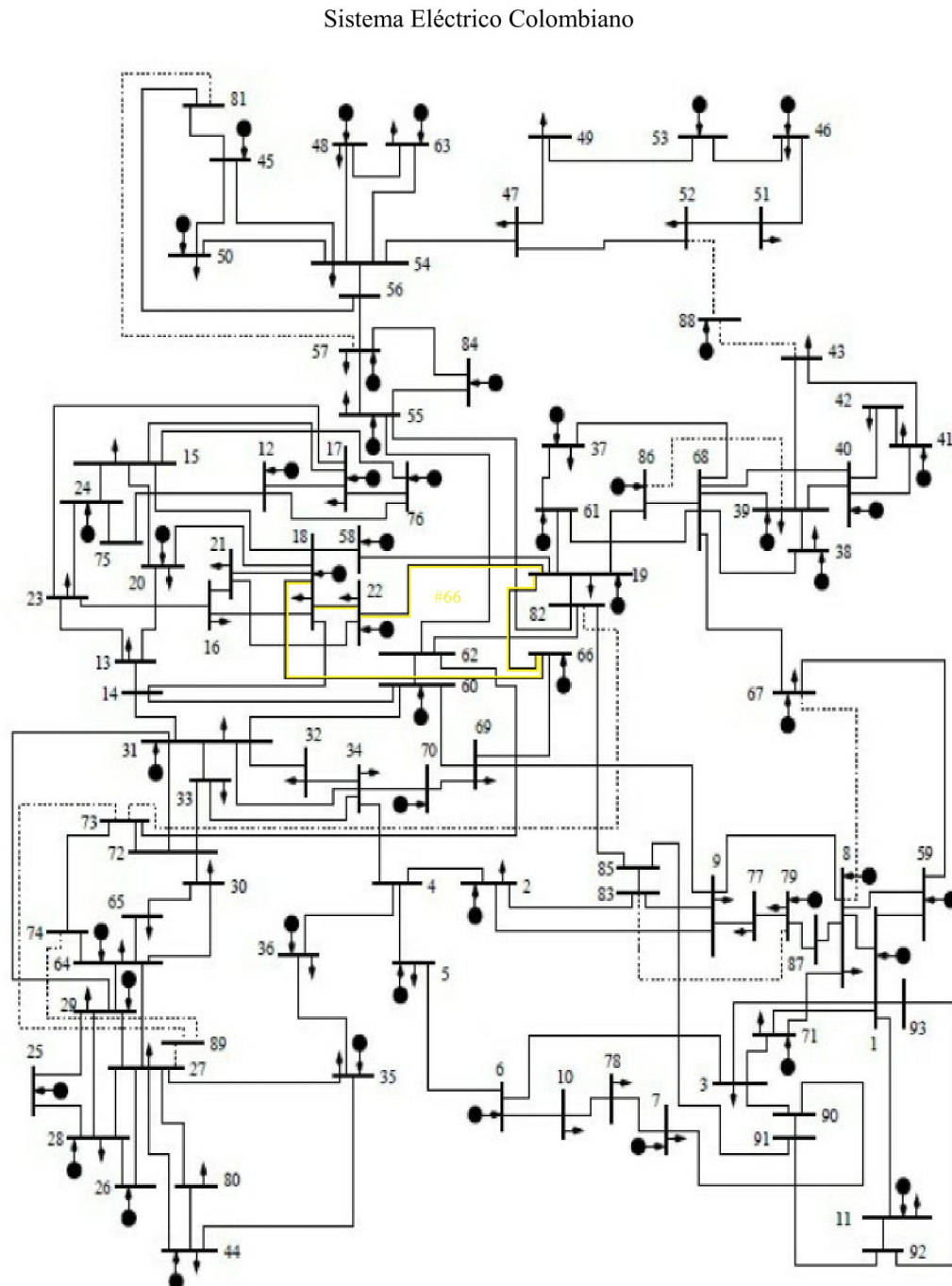
Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 189,09 s Ticks: 64710,67	Inversion total: 550,527 u.m

Tabla 4.20: Circuitos adicionados paso 5.

Corredor	Numero de Circuitos	Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2	29-64	1
15-18	1	50-54	1
30-65	1	62-73	1
55-57	1	54-56	1
55-84	1	72-73	1
56-57	1	19-82	1
55-62	1	82-85	1
27-29	1	68-86	1
19-66	1		

De nuevo y de acuerdo al criterio de seleccion de circuitos para la formación de los ciclos, se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.7 al modelo para el siguiente paso, estos como restricciones o cortes nuevos en el modelo.

Figura 4.7: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 6.



Paso 6

Se continua con el mismo proceso planteado en los pasos anteriores, se obtiene para este paso los resultados en las Tablas 4.21, 4.22 y 4.23.

Tabla 4.21: Circuitos en su máxima capacidad paso 6.

Corredor	Potencia [MW]
19-22	350

Tabla 4.22: Inversión y tiempo requerido paso 6.

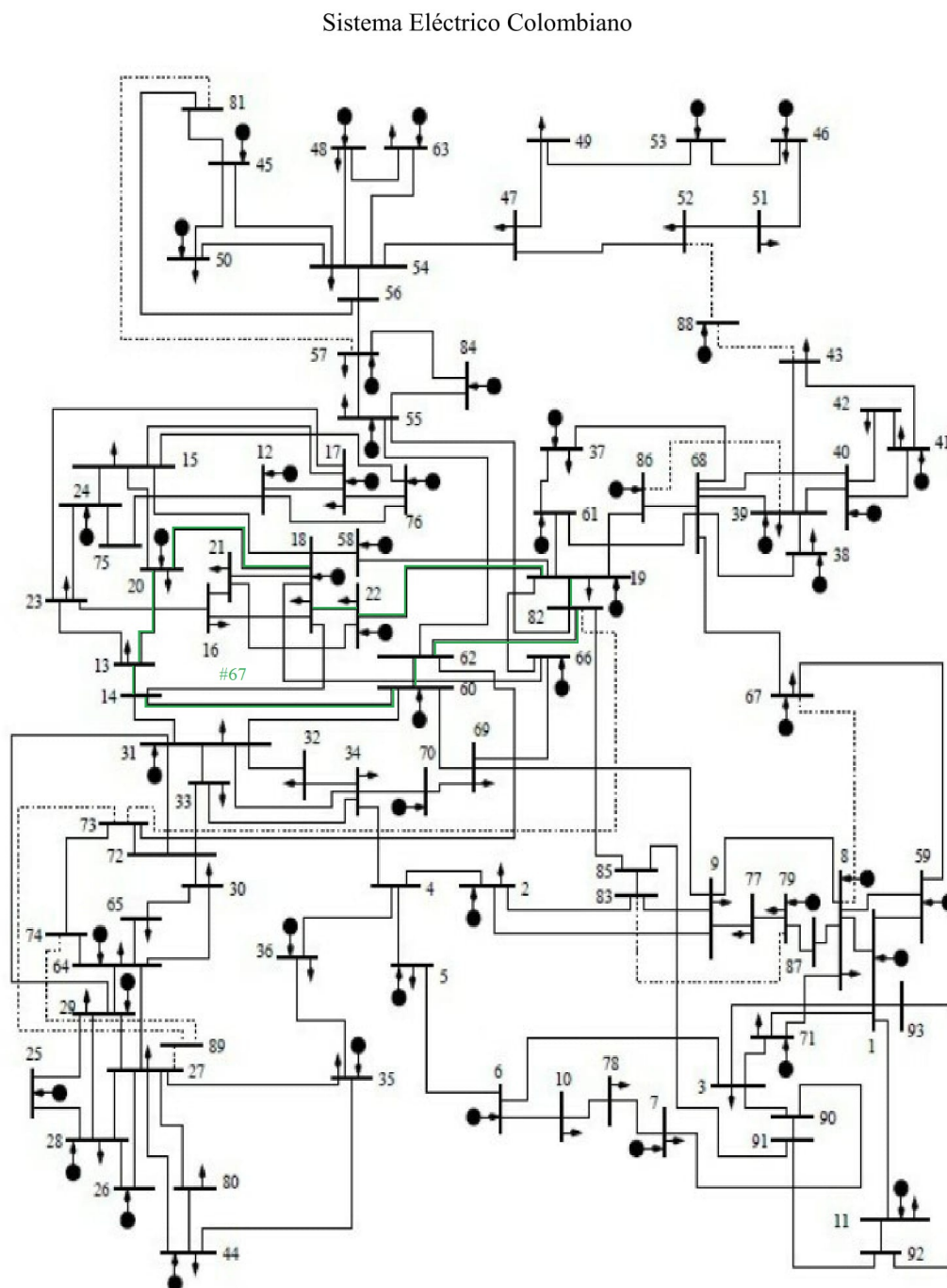
Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 206,709 s	Inversion total: 550,527 u.m
Ticks: 64710,68	

Tabla 4.23: Circuitos adicionados paso 6.

Corredor	Numero de Circuitos	Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2	29-64	1
15-18	1	50-54	1
30-65	1	62-73	1
55-57	1	54-56	1
55-84	1	72-73	1
56-57	1	19-82	1
55-62	1	82-85	1
27-29	1	68-86	1
19-66	1		

Continuando con el proceso se adicionan los ciclos mostrados en la Figura 4.7 al modelo para el siguiente paso, estos como restricciones nuevas en el modelo.

Figura 4.8: Diagrama unifilar del Sistema Eléctrico Colombiano con ciclos para el paso 7.



Paso 7

Al adicionar los últimos ciclos que son los del paso anterior en el modelo se obtiene el resultado esperado, convergiendo entonces a la solución del problema de inversión en el planeamiento de la expansión del sistema eléctrico de prueba, Sistema Eléctrico Colombiano, en la Tabla 4.26 y en la Tabla 4.25 en se muestra el resultado el cual para este modelo no tiene nada diferente al resultado con el modelo DC.

Tabla 4.24: Inversión y tiempo requerido paso 7.

Tiempo y esfuerzo computacional requerido	Resultado Obtenido
Tiempo: 102,833 s	Inversion total: 562,417 u.m
Ticks: 33885,60	

Tabla 4.25: Circuitos adicionados paso 7.

Corredor	Numero de Circuitos
43-88	2
15-18	1
30-65	1
30-72	1
55-57	1
55-84	1
56-57	1
55-62	1
27-64	1
27-29	1
50-54	1
62-73	1
54-56	1
72-73	1
19-82	2
82-85	1
68-86	1

Las restricciones adicionadas al modelo influyen en el tiempo de solución y el esfuerzo computacional requerido para resolver el problema de optimización , para el primer caso

se reduce en un 61,14 % el tiempo en segundos requerido por el modelo DC, el cual nos indica que el tiempo requerido por el modelo transporte disyuntivo mejorado, en porcentaje, abarca el 38,86 % del tiempo requerido por el modelo DC; en cuanto al esfuerzo computacional, en ticks, la reducción es de 65,80 %.

4.1.3. Parte 3

Se realiza la exclusión de ciclos redundantes los cuales no afectan la función objetivo, pero sí afecta el tiempo y el esfuerzo computacional; mostrados en la Tabla 4.26.

Tabla 4.26: Inversión y tiempo requerido paso 7.

Tiempo [s]	Esfuerzo computacional [Ticks]
233,855	62370,18

En la Tabla 4.27 se muestran los ciclos eliminados de las restricciones del modelo por su efecto nulo en el valor de la función objetivo.

Tabla 4.27: Ciclos redundantes.

Corredor	Numero del Ciclo	Corredor	Numero del Ciclo
25-28	2	41-42	31
29-64	3	39-43	32
64-74	6	40-68	33
55-82	9	38-68	34
16-21	19	57-84	38
16-18	19	55-57	38
18-21	20	18-20	42
12-76	25	27-29	44
47-52	26	19-22	53
48-63	27		

Capítulo 5

Conclusiones

Al realizarse el análisis manual del sistema de prueba, con la creación de ciclos críticos para la red base como conjunto de restricciones en el sistema de prueba colombiano, los resultados obtenidos son satisfactorios, ya que se logró disminuir el tiempo de respuesta y el esfuerzo computacional, además se obtuvo el mismo resultado que al ejecutar el modelo lineal disyuntivo lo cual era de esperarse.

Las restricciones adicionadas al modelo influyen en el tiempo de solución y el esfuerzo computacional requerido para resolver el problema de optimización, para el primer caso se reduce en un 61,14 % el tiempo en segundos requerido por el modelo lineal disyuntivo, el cual nos indica que el tiempo requerido por el modelo transporte disyuntivo mejorado, en porcentaje, abarca el 38,86 % del tiempo requerido por el modelo lineal disyuntivo.; en cuanto al esfuerzo computacional, en ticks, la reducción es de 65,80 %. Esto indica que la metodología Heurística empleada pese a que a la hora de resolver el problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión de prueba se reduce el tiempo que dedica el programa para ello aún se debe continuar con el desarrollo de la investigación, es decir se deja el antecedente para la continuación de la investigación a futuro.

Esto indica que la metodología empleada pese a que a la hora de resolver el problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión de prueba se reduce el tiempo que dedica el programa para ello aún se debe continuar con el desarrollo de la investigación, es decir se deja el antecedente para la continuación de la investigación a futuro. Como se mostró en 4.1.3 al eliminar los ciclos redundantes esto provoca una desmejora en el tiempo y esfuerzo computacional con respecto al Paso 7 de 4.1.2; un

aumento en tiempo de 43,973 % en segundos y en esfuerzo computacional 54,33 % en ticks.

En el sistema de prueba colombiano al determinar la cantidad de ciclos resultantes a partir de la teoría de grafos se obtuvieron en total 63 ciclos críticos de los cuales 8 son redundantes Al momento de realizar las pruebas aplicando la metodología establecida los ciclos críticos resultantes fueron 67, de los cuales 18 son redundantes, es decir no afectan la función objetivo, pero si el tiempo y esfuerzo computacional, lo que indica que para determinar la cantidad de ciclos en la red base aplicando la teoría de grafos no es suficiente para este tipo de problemas, por esto se debe seguir investigando y realizando pruebas para obtener una respuesta más certera en cuanto a la teoría y la práctica.

Bibliografía

- [1] M. de Minas y Energia, “Plan preliminar de expansión de referencia generación – transmisión 2017-2031,” *UPME*, 2010.
- [2] A. H. Domínguez Castaño, A. H. Escobar Zuluaga, and R. A. Gallego Rendon, “Metodología de solución para planeamiento de la transmisión considerando incertidumbre en la demanda y propuestas de diferentes conductores,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 11, pp. 99–112, Jun. 2014.
- [3] H. Zhang, V. Vittal, G. T. Heydt, and J. Quintero, “A mixed-integer linear programming approach for multi-stage security-constrained transmission expansion planning,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, pp. 1125–1133, May 2012.
- [4] R. G. A. Escobar, R. Romero, *Modelos Usados en el Planeamiento de la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica*. Textos Uni, 2010.
- [5] G. Latorre, R. D. Cruz, J. M. Areiza, and A. Villegas, “Classification of publications and models on transmission expansion planning,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, pp. 938–946, May 2003.
- [6] A. Duque, A. Escobar Zuluaga, and R. A. Gallego Rendón, “Multistage transmission expansion planning via network partitioning and principal variables identification,” 09 2014.
- [7] R. A. Gallego, R. Romero, and A. J. Monticelli, “Tabu search algorithm for network synthesis,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, pp. 490–495, May 2000.
- [8] B. F. Flores, J. H. M. Salonga, and A. C. Nerves, “Multi-objective transmission expansion planning using an elitist non-dominated sorting genetic algorithm with

- fuzzy decision analysis,” in *2011 Fifth Asia Modelling Symposium*, pp. 168–173, May 2011.
- [9] J. M. Zolezzi and H. Rudnick, “Transmission cost allocation by cooperative games and coalition formation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, pp. 1008–1015, Nov 2002.
- [10] L.M.Escobar, *Specialized models for the long-term transmission network expansion planning problem*. PhD thesis, Tesis Phd. Dto. Ing eléctrica. UNESP. São Paulo, Brasil, 2018.
- [11] L. L. Garver, “Transmission network estimation using linear programming,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, pp. 1688–1697, Sep. 1970.
- [12] A. Monticelli, A. Santos, M. V. F. Pereira, S. H. Cunha, B. J. Parker, and J. C. G. Praca, “Interactive transmission network planning using a least-effort criterion,” *IEEE Power Engineering Review*, vol. PER-2, pp. 46–47, Oct 1982.
- [13] S. H. M. Hashimoto, R. Romero, and J. R. S. Mantovani, “Efficient linear programming algorithm for the transmission network expansion planning problem,” *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 150, pp. 536–542, Sep. 2003.
- [14] V. A. Levi and M. S. Calovic, “Linear-programming-based decomposition method for optimal planning of transmission network investments,” *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 140, pp. 516–522, Nov 1993.
- [15] Z. M. Al-Hamouz and A. S. Al-Faraj, “Transmission expansion planning using nonlinear programming,” in *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*, vol. 1, pp. 50–55 vol.1, Oct 2002.
- [16] M. J. Rider, A. V. Garcia, and R. Romero, “Power system transmission network expansion planning using ac model,” *IET Generation, Transmission Distribution*, vol. 1, pp. 731–742, Sep. 2007.
- [17] J. Choi, T. Mount, and R. Thomas, “Transmission system expansion planning considering expected stand-by cost based on probabilistic approach,” in *2006 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, pp. 1498–1506, Oct 2006.

- [18] Qiuxia Yu, Jianbo Guo, and Xianzhong Duan, “Elasticity modeling for transmission network expansion planning in deregulated power system,” in *2007 42nd International Universities Power Engineering Conference*, pp. 57–61, Sep. 2007.
- [19] M. A. Farrag and M. M. El-Metwally, “New method for transmission planning using mixed-integer programming,” *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 135, pp. 319–323, July 1988.
- [20] D. Sainju, R. Sinha, and B. R. Pokhrel, “Static expansion planning of transmission line using mixed integer linear programming method,” in *2016 IEEE 6th International Conference on Power Systems (ICPS)*, pp. 1–6, March 2016.
- [21] J. Alvarez Lopez, K. Ponnambalam, and V. H. Quintana, “Generation and transmission expansion under risk using stochastic programming,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, pp. 1369–1378, Aug 2007.
- [22] Hong Fan, Haozhong Cheng, Zhiwei Ying, Fengqing Jiang, and Fangdi Shi, “Transmission system expansion planning based on stochastic chance constrained programming with security constraints,” in *2008 Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, pp. 909–914, April 2008.
- [23] H. Kim, S. Lee, S. Han, W. Kim, K. Ok, and S. Cho, “Integrated generation and transmission expansion planning using generalized bender’s decomposition method,” in *2015 IEEE International Conference on Computational Intelligence Communication Technology*, pp. 493–497, Feb 2015.
- [24] S. Huang and V. Dinavahi, “A branch-and-cut benders decomposition algorithm for transmission expansion planning,” *IEEE Systems Journal*, vol. 13, pp. 659–669, March 2019.
- [25] C. Skar, G. Doorman, and A. Tomasgard, “Large-scale power system planning using enhanced benders decomposition,” in *2014 Power Systems Computation Conference*, pp. 1–7, Aug 2014.
- [26] M. J. Rider, L. A. Gallego, R. Romero, and A. V. Garcia, “Heuristic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning,” in *2007 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 1–7, June 2007.

- [27] L. Garces and R. Romero, “Specialized genetic algorithm for transmission network expansion planning considering reliability,” in *2009 15th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems*, pp. 1–6, Nov 2009.
- [28] I. J. Silva, M. J. Rider, R. Romero, and C. A. Murari, “Genetic algorithm of chu and beasley for static and multistage transmission expansion planning,” in *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 7 pp.–, June 2006.
- [29] W. Tangkananuruk and P. Damrongkulkamjorn, “Multi-zone transmission expansion planning using genetic algorithm,” in *2008 5th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, vol. 2, pp. 881–884, May 2008.
- [30] S.ía-Martínez@, E.árez@, and J. J. Rico-Melgoza, “Application of tabu search for transmission expansion planning considering power quality aspects,” in *2012 9th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, pp. 1–5, Sep. 2012.
- [31] M. Burgos Navarro, J. García Miranda, P. A. García Sánchez, J. C. Rosales González, *et al.*, “Matemática discreta y álgebra lineal,” 2016.

Apéndice A

Anexo: Datos SEP de prueba.

Se presentan los datos de generación, demanda y características de los corredores de transmisión para el SEP Colombiano con una potencia base (S_b) de 100 MW:

Tabla A.1: Generación y Demanda en MW del SEP Colombiano, Parte 1.

Barra	Demanda	Generación	Barra	Demanda	Generación
1	0.00	241.0	18	54.1	540.0
2	486.66	165.0	19	29.28	1340.0
3	587.08	0.0	20	302.27	45.0
4	0.00	0.0	21	277.44	0.0
5	351.42	40.0	22	79.17	200.0
6	0.00	34.0	23	302.27	0.0
7	448.03	136.0	24	0	150.0
8	505.87	230.0	25	0	86.0
9	519.69	0.0	26	0	70.0
10	88.84	0.0	27	396.71	0.0
11	220.15	108.0	28	486.39	14.0
12	0	47.0	29	505.96	618.0
13	260.08	0.0	30	199.55	0.0
14	0	0.0	31	391.88	189.0
15	562.84	0.0	32	188.33	0.0
16	351.9	0.0	33	247.24	0.0
17	203	35.0	34	115.81	0.0

Tabla A.2: Generación y Demanda en MW del SEP Colombiano, Parte 2.

Barra	Demanda	Generación	Barra	Demanda	Generación
35	256.86	200.0	65	197.58	0.0
36	167.29	44.0	66	0	300.0
37	176.3	138.0	67	397.98	474.0
38	129.72	15.0	68	0	0.0
39	268.19	15.0	69	106.61	0.0
40	0	305.0	70	0	180.0
41	81.85	100.0	71	471.21	424.0
42	152.39	0.0	72	0	0.0
43	52.9	0.0	73	0	0.0
44	384.64	23.0	74	0	0.0
45	0	1208.0	75	0	0.0
46	181.62	150.0	76	0	40.0
47	61.6	0.0	77	82.85	0.0
48	896.26	885.0	78	54.07	0.0
49	193.27	0.0	79	146.87	300.0
50	632.75	240.0	80	88.34	0.0
51	190.45	0.0	81	0	0.0
52	55.6	0.0	82	0	0.0
53	0	320.0	83	0	0.0
54	114.19	0.0	84	0	500.0
55	333.59	40.0	85	0	0.0
56	0	0.0	86	0	850.0
57	336.94	130.0	87	0	0.0
58	0	190.0	88	0	300.0
59	0	160.0	89	0	0.0
60	0	1216.0	90	0	0.0
61	0	155.0	91	0	0.0
62	0	0.0	92	0	0.0
63	52.77	1090.0	93	0	0.0
64	132.35	280.0			

Tabla A.3: Datos de los corredores para el SEP Colombiano, parte 1.

i	j	f_{ij}	x	Costo	n_{ij}^0	\bar{n}_{ij}	i	j	f_{ij}	x	Costo	n_{ij}^0	\bar{n}_{ij}
52	88	300	0.0980	34.190	0	4	31	34	250	0.0792	12.412	1	4
43	88	250	0.1816	39.560	0	4	31	33	350	0.0248	6.432	2	4
57	81	550	0.0219	58.890	0	4	31	60	250	0.1944	25.982	2	4
73	82	550	0.0374	97.960	0	4	31	72	350	0.0244	6.317	2	4
27	89	450	0.0267	13.270	0	4	47	54	250	0.1003	14.252	2	4
74	89	550	0.0034	14.570	0	4	47	49	250	0.0942	13.562	2	4
73	89	550	0.0246	66.650	0	4	18	58	350	0.0212	5.742	2	4
79	83	350	0.0457	15.400	0	4	18	20	350	0.0504	9.537	1	4
8	67	250	0.2240	29.200	0	4	18	66	350	0.0664	11.377	2	4
39	86	350	0.0545	9.880	0	4	18	21	350	0.0348	7.467	1	4
25	28	320	0.0565	9.767	1	4	18	22	350	0.0209	6.432	1	4
25	29	320	0.0570	9.882	1	4	19	22	350	0.0691	11.722	1	4
13	14	350	0.0009	3.902	2	4	4	5	350	0.0049	4.247	3	4
13	20	350	0.0178	5.742	1	4	5	6	350	0.0074	4.477	2	4
13	23	350	0.0277	7.007	1	4	17	23	250	0.0913	12.987	1	4
14	31	250	0.1307	18.622	2	4	17	76	350	0.0020	3.902	1	4
14	18	250	0.1494	20.232	2	4	12	17	350	0.0086	4.707	1	4
14	60	300	0.1067	15.977	2	4	1	71	250	0.0841	14.367	2	4
2	4	350	0.0271	6.662	2	4	1	8	250	0.0810	13.217	1	4
2	9	350	0.0122	5.282	1	4	1	11	250	0.0799	12.527	1	4
2	83	570	0.0200	5.972	1	4	4	36	250	0.0850	13.562	2	4
9	83	400	0.0200	5.972	1	4	19	58	320	0.0826	11.722	1	4
15	18	450	0.0365	7.927	1	4	27	64	350	0.0280	6.777	1	4
15	17	320	0.0483	9.422	1	4	27	28	350	0.0238	6.202	1	4
15	20	320	0.0513	9.652	1	4	27	44	250	0.0893	16.322	1	4
15	76	320	0.0414	9.882	1	4	26	27	350	0.0657	10.917	1	4
15	24	350	0.0145	5.282	1	4	27	29	350	0.0166	5.052	1	4
37	61	350	0.0139	4.937	1	4	19	66	350	0.0516	9.307	1	4
19	61	250	0.1105	16.092	2	4	73	74	600	0.0214	58.278	1	4
61	68	250	0.0789	12.412	1	4	64	65	350	0.0741	11.837	1	4
37	68	320	0.0544	9.652	1	4	29	64	350	0.0063	4.362	1	4
40	68	320	0.1320	18.162	1	4	4	34	270	0.1016	14.942	2	4
12	75	320	0.0641	11.492	1	4	34	70	350	0.0415	8.272	2	4
24	75	350	0.0161	5.512	1	4	33	34	320	0.1139	16.322	1	4
35	36	250	0.2074	27.362	1	4	8	71	400	0.0075	4.477	1	4
27	35	250	0.1498	22.072	1	4	54	63	320	0.0495	9.077	3	4
35	44	250	0.1358	20.347	2	4	48	63	350	0.0238	6.317	1	4
38	68	350	0.0389	7.927	1	4	67	68	250	0.1660	22.072	2	4
38	39	350	0.0300	6.317	1	4	39	68	350	0.0145	5.282	1	4

Tabla A.4: Datos de los corredores para el SEP Colombiano, parte 2.

i	j	\bar{f}_{ij}	x	Costo	\mathbf{n}_{ij}^0	\bar{n}_{ij}	i	j	\bar{f}_{ij}	x	Costo	\mathbf{n}_{ij}^0	\bar{n}_{ij}
27	80	350	0.0242	7.007	1	4	8	9	350	0.0168	5.972	1	4
44	80	250	0.1014	17.587	1	4	79	87	350	0.0071	4.477	1	4
56	81	550	0.0114	32.858	1	4	8	87	350	0.0132	5.167	1	4
45	54	320	0.0946	13.562	1	4	39	43	250	0.1163	16.552	1	4
45	50	350	0.0070	4.362	2	4	41	43	250	0.1142	16.322	1	4
10	78	350	0.0102	4.937	1	4	23	24	350	0.0255	6.317	1	4
7	78	350	0.0043	4.132	1	4	21	22	350	0.0549	9.882	1	4
30	64	250	0.1533	20.577	1	4	26	28	350	0.0512	9.307	1	4
30	65	250	0.0910	13.677	1	4	28	29	350	0.0281	6.777	1	4
30	72	350	0.0173	5.512	2	4	6	10	350	0.0337	7.582	1	4
55	57	600	0.0174	46.808	1	4	33	72	350	0.0228	6.202	1	4
57	84	600	0.0087	26.658	1	4	39	40	250	0.1020	16.207	2	4
55	84	600	0.0087	26.658	1	4	12	76	350	0.0081	4.707	1	4
56	57	600	0.0240	62.618	2	4	48	54	350	0.0396	8.042	3	4
9	77	350	0.0190	5.857	1	4	50	54	250	0.0876	12.872	2	4
77	79	350	0.0097	5.167	1	4	62	73	750	0.0272	73.158	1	4
1	59	350	0.0232	6.202	2	4	49	53	250	0.1008	14.252	2	4
59	67	250	0.1180	16.667	2	4	40	41	350	0.0186	5.742	1	4
8	59	250	0.1056	15.402	2	4	45	81	450	0.0267	13.270	1	4
1	3	250	0.1040	15.862	1	4	64	74	500	0.0267	13.270	1	4
3	71	450	0.0136	5.167	1	4	54	56	450	0.0267	13.270	3	4
3	6	350	0.0497	9.422	1	4	60	62	450	0.0257	13.270	3	4
55	62	550	0.0281	70.988	1	4	72	73	500	0.0267	13.270	2	4
47	52	350	0.0644	10.572	1	4	19	82	450	0.0267	13.270	1	4
51	52	250	0.0859	12.872	1	4	55	82	550	0.0290	77.498	1	4
29	31	250	0.1042	32.981	2	4	62	82	600	0.0101	30.998	1	4
41	42	350	0.0094	4.707	1	4	83	85	450	0.0267	13.270	2	4
40	42	350	0.0153	5.167	1	4	82	85	700	0.0341	89.898	1	4
46	53	250	0.1041	14.597	2	4	19	86	300	0.1513	20.922	1	4
46	51	250	0.1141	16.322	1	4	68	86	350	0.0404	8.272	1	4
69	70	350	0.0228	6.202	2	4	7	90	350	0.0050	4.247	2	4
66	69	250	0.1217	17.127	2	4	3	90	350	0.0074	4.592	1	4
9	69	350	0.1098	15.747	2	4	90	91	550	0.0267	13.270	1	4
60	69	350	0.0906	13.677	2	4	85	91	600	0.0139	40.298	1	4
31	32	350	0.0259	6.547	1	4	11	92	450	0.0267	13.270	1	4
32	34	350	0.0540	9.767	1	4	1	93	450	0.0267	13.270	1	4
16	18	350	0.0625	10.917	1	4	92	93	600	0.0097	30.068	1	4
16	23	350	0.0238	6.892	1	4	91	92	600	0.0088	27.588	1	4
16	21	350	0.0282	6.892	1	4							